

Unité G
Calcul des probabilités

CALCUL DES PROBABILITÉS

Dans l'unité qui suit, les élèves :

- définissent des espaces d'échantillon pour calculer la probabilité de réalisation d'événements simples et multiples;
- étudient le rôle des lois de probabilités pour résoudre des problèmes de calcul des probabilités;
- font la différence entre des événements dépendants et indépendants, puis déterminent les probabilités de réalisation;
- résolvent des problèmes en déterminant les probabilités de réalisation d'événements mutuellement exclusifs et complémentaires;
- apprennent à reconnaître les problèmes de calcul des probabilités conditionnelles et déterminent les probabilités de réalisation;
- résolvent des problèmes de calcul des probabilités à l'aide de techniques de dénombrement par permutations et par combinaisons.

Méthodes pédagogiques

Les enseignants devraient mettre en œuvre les méthodes pédagogiques proposées ici pour favoriser l'apprentissage des élèves et leur permettre notamment :

- de reconnaître l'importance de la définition des espaces d'échantillon;
- d'apprendre à lire les problèmes attentivement pour y reconnaître des concepts tels que les événements uniques, les événements multiples, les événements mutuellement exclusifs, les événements conditionnels et les événements complémentaires;
- d'établir les liens entre les techniques de dénombrement par permutations et par combinaisons et la résolution de problèmes de calcul des probabilités;
- d'effectuer des activités appropriées sur papier;
- d'effectuer des activités d'enseignement différencié appropriées.

Exercice d'algèbre

À l'aide de questions brèves et simples qui font appel à un « calcul mental », les enseignants pourront réviser les concepts de l'algèbre tels que (voir l'annexe G-1) :

- les fractions complexes

Matériel

- calculatrice à affichage graphique

Durée

- 15 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

**Résultat d'apprentissage
général**

Modéliser la probabilité de réalisation d'un événement composé et résoudre des problèmes en combinant des probabilités plus simples.

**Résultat(s) d'apprentissage
spécifiques(s)**

G-1 définir un espace échantillonnal pour deux ou trois événements

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On trouve à la fin de cette unité des activités d'apprentissage à l'appui de l'enseignement différencié (voir les annexes G-2 à G-5, p. G-32 à G-35).

• **rappeler la définition de la probabilité classique**

La probabilité qu'un événement A se produise est le rapport du nombre de résultats de l'événement A au nombre total de résultats possibles.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} \text{ où}$$

$P(A)$ correspond à la probabilité d'un événement A

$n(A)$ correspond au nombre de fois où l'événement A se réalise

n correspond au nombre total de résultats possibles

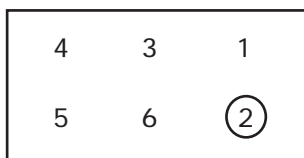
• **définir un espace échantillonnal**

Un espace échantillonnal est l'ensemble de tous les résultats possibles. Quand un dé non truqué est lancé 1 fois, le nombre total de résultats possibles est 6 (soit 1, 2, 3, 4, 5 ou 6).

Pour calculer la probabilité d'obtenir un deux, il faut poser

$$n(2) = 1 \text{ et } P(2) = \frac{1}{6}.$$

On peut utiliser un diagramme de Venn pour illustrer qu'on peut obtenir 1 résultat favorable sur 6.



Exemple 1

Définis l'espace échantillonnal du lancer d'un dé à six faces et d'une pièce de monnaie.

Solution

L'espace échantillonnal est {(1, F) (2, F) (3, F) (4, F) (5, F) (6, F) (1, P) (2, P) (3, P) (4, P) (5, P) (6, P)}.

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES
<p>Calcul mental</p> <p>Combien trouve-t-on d'éléments dans l'espace échantillonnal suivant :</p> <p>a) le lancer de deux pièces de monnaie?</p> <p>b) le lancer de deux dés ordinaires?</p> <p>Problèmes</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dessine le diagramme de l'espace échantillonnal du lancer de deux dés à cinq faces. 2. Utiliser un diagramme en arbre pour illustrer l'espace échantillonnal du sexe de trois enfants. 3. Quelle est la probabilité d'obtenir un trois ou un cinq si on lance un dé une seule fois? 4. Quelle est la possibilité de tirer un as ou une reine de cœur dans un paquet de 52 cartes? 5. Quelle est la probabilité de tirer un cinq avec un dé et d'obtenir le côté face d'une pièce de monnaie? 6. Quelle est la probabilité que deux enfants d'une famille soient des filles? 7. Quelle est la probabilité de tirer une carte rouge puis une carte noire d'un paquet de 52 cartes si la première carte n'est pas remplacée avant de tirer la deuxième? 8. Un entraîneur d'athlétisme achète trois chronomètres. Si 1 chronomètre sur 200 est défectueux, quelle est la probabilité que les 3 nouveaux chronomètres soient défectueux? 	<p>Ressources imprimées</p> <p><i>Mathématiques pré-calcul Secondaire 4 : Exercices cumulatifs et réponses. Supplément au document de mise en œuvre</i>, Winnipeg, Man., Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.</p> <p><i>Mathématiques pré-calcul Secondaire 4 : Solutions des exercices cumulatifs. Supplément au document de mise en œuvre</i>, Winnipeg, Man., Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.</p> <p><i>Mathématiques pré-calcul Secondaire 4 : Cours destiné à l'enseignement à distance</i>, Winnipeg, Man., Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2001. – Module 6, leçons 1 et 2</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-1 construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements
– suite

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

G-2 résoudre des problèmes de calcul des probabilités d'événements indépendants et d'événements dépendants

✓ Communications	Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• construire un espace échantillonnal (suite)

Exemple 2

Illustre l'espace échantillonnal correspondant à la situation suivante : Un autobus doit arriver à la gare entre 7 h 05 et 7 h 15 inclusivement. Un train doit arriver entre 7 h 11 et 7 h 17 inclusivement. L'arrivée d'un autobus à 7 h 06 et d'un train à 7 h 14 est représentée par le point (6, 14). Le temps est exprimé en minutes entières.

- Combien de points l'espace échantillonnal contient-il?
- En combien de points l'autobus et le train arrivent-ils en même temps?
- En combien de points l'autobus arrive-t-il après le train?
- Quelle est la probabilité que l'autobus arrive après le train?

Solution

- $11 \times 7 = 77$
- (11, 11) (12, 12) . . . (15, 15) représentent 5 points
- $4 + 3 + 2 + 1 = 10$
- $\frac{10}{77}$

• expliquer les types d'événements

Il y a deux types d'événements :

- Un **événement unique** est constitué d'un espace échantillonnal qui ne peut être décomposé en des événements plus simples.
- Un **événement composé** est constitué de deux événements ou plus.

Exemple

Si on lance un dé honnête, trouve la probabilité d'obtenir :

- le nombre deux
- un nombre pair

Solution

Quand on lance un dé, l'espace échantillonnal est constitué de l'ensemble $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

- Pour évaluer la probabilité d'obtenir un deux, tu poses l'ensemble des événements {2}. Il s'agit d'un événement simple où $P(2) = \frac{1}{6}$
- Quand on évalue la probabilité d'obtenir un nombre pair, l'ensemble des événements comporte {2, 4, 6}, et on peut le décomposer en événements simples {2}, {4} et {6}. Il s'agit d'un événement composé, où $P(\text{pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un deux ou un trois si on lance un dé à six faces une seule fois?
2. On tire une carte d'un paquet de 52 cartes. Quelle est la probabilité que la carte soit un as rouge?
3. Tu choisis une carte dans un paquet de 52. Quelle est la probabilité d'obtenir une reine ou un trèfle?
4. Si on lance trois pièces de monnaie, quelle est la probabilité que chacune tombe sur le côté face?
5. Quatre autobus quittent Winnipeg pour arriver à Toronto au même moment. Si Marie a pris l'autobus n° 803, quelle est la probabilité que Tom ait pris le même autobus?
6. Si une seule carte est choisie dans un paquet de 52, quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou une carte rouge?
7. Les nombres un à treize sont écrits sur treize feuilles de papier différentes. On choisit une de ces feuilles au hasard. Quelle est la probabilité que le nombre soit pair?
8. On choisit une balle au hasard dans une boîte qui contient six balles rouges, quatre balles blanches et trois balles bleues. Quelle est la probabilité que la balle choisie soit rouge?

Inscription au journal

Explique ce que signifient deux événements dépendants.

Problème

Rupert boit habituellement du lait ou du lait au chocolat pour son petit déjeuner, avec des crêpes ou du gruau. S'il boit du lait, alors la probabilité qu'il choisisse les crêpes est de deux sur trois. La probabilité qu'il boive du lait au chocolat est estimée à $\frac{1}{5}$. S'il boit

du lait au chocolat, la probabilité qu'il mange des crêpes est de $\frac{6}{7}$.

- a) Illustre l'espace échantillonnal des probabilités à l'aide d'un diagramme en arbre ou de toute autre méthode de ton choix.
- b) Trouve la probabilité que Rupert mange du gruau et qu'il boive du lait au chocolat demain matin.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 7, leçon 3*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-2 résoudre des problèmes de calcul des probabilités d'événements indépendants et d'événements dépendants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• étudier les lois de probabilités applicables aux événements composés

Le lien entre un événement composé et ses composantes sont appelées les **lois de probabilités**.

Loi d'addition (probabilités « ou »)

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B)$$

Exemple 1

Si on lance une fois un dé honnête, trouve la probabilité d'obtenir un nombre pair ou un nombre premier.

Solution

$A = \{\text{nombre pairs}\} = \{2, 4, 6\}$ et

$B = \{\text{nombre premiers}\} = \{2, 3, 5\}$

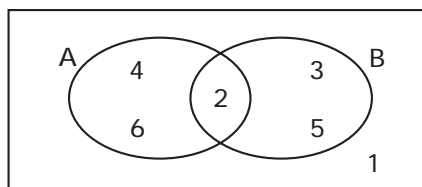
Par conséquent, $\{A \text{ ou } B\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Ainsi, $P(A \text{ ou } B) = \frac{5}{6}$.

Si tu appliques la loi d'addition :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Remarque : Tu dois soustraire $P(A \text{ et } B)$ parce que le chiffre deux est à la fois pair et premier. Ainsi, il a été compté deux fois.

Un diagramme de Venn nous permet d'expliquer ce concept.



L'événement **pair ou premier** comprend tous les points dans le cercle A et dans le cercle B. Le chiffre deux se trouve dans l'intersection des cercles. Par conséquent, il a été inclus dans les calculs relatifs à $P(A)$ et à $P(B)$.

Loi de multiplication (probabilités « et »)

$$P(A \text{ et } B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Remarque : $P(B|A)$ est la probabilité qu'un événement B se réalise après la réalisation d'un événement A . Il s'agit d'une probabilité conditionnelle parce que le fait de savoir que A s'est produit nous donne une information additionnelle, ou une condition, que nous utiliserons pour calculer la probabilité de réalisation de l'événement B .

✓ Communications	Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Quelle est la probabilité d'obtenir un deux ou un trois quand on lance une fois un dé à huit faces, numérotées de un à huit?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-2 résoudre des problèmes de calcul des probabilités d'événements indépendants et d'événements dépendants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- étudier les lois de probabilités applicables aux événements composés (suite)

Exemple 2

Si on lance deux dés, trouve la probabilité que la somme soit paire et supérieure à dix.

Bien entendu, le seul résultat favorable est d'obtenir deux fois un six. La probabilité que cela se réalise est de $\frac{1}{36}$. Cependant, on peut résoudre ce problème en appliquant la théorie des événements composés, comme il est illustré dans les deux solutions ci-dessous.

Solution 1

$$P(\text{paire et } > 10) = P(\text{paire}) \cdot P(> 10 | \text{paire})$$

$$= \frac{18}{36} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{36}$$

Remarque : L'espace échantillonnal de $P(> 10 | \text{paire})$ est réduit de 36 à 18 points, étant donné que tu sais que la somme est paire et qu'il peut y avoir seulement 18 sommes paires.

Solution 2

$$P(\text{paire ou } > 10) = P(\text{paire}) + P(> 10) - P(\text{paire et } > 10)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{3}{36} - \frac{5}{9}$$

$$= \frac{1}{36}$$

- expliquer des événements indépendants

Les événements A et B sont indépendants si la probabilité que A se produise n'est pas influencée par la probabilité que B se produise.

Deux événements A et B sont indépendants si $P(A) = P(A | B)$ ou $P(B) = P(B | A)$.

Ainsi, la réalisation d'un événement B n'a aucune incidence sur la probabilité de réalisation d'un événement A .

On peut classer les événements selon qu'ils sont dépendants ou indépendants :

1. Les lancers d'une pièce de monnaie ou d'un dé sont indépendants.
2. Les tirages de deux cartes dans un paquet (si on ne remplace pas la première carte tirée) ne sont pas des événements indépendants (ils sont dépendants) étant donné que le tirage de la deuxième carte a un espace échantillonnal de 51 et non de 52.

Remarque : Les élèves devraient comprendre que les événements sont dépendants s'il n'y a pas de remise, et qu'ils sont indépendants s'il y a remise.

– suite

✓ Communications	Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

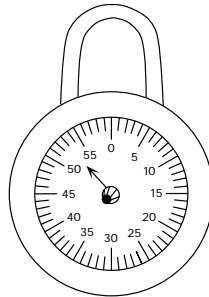
Choix multiples

Un pot contient cinq billes rouges et sept billes bleues. Quelle est la probabilité de choisir deux billes bleues en succession si la première n'est pas remise dans le pot?

- a) 0,090 b) 0,340
- c) 0,318 d) 0,292

Problèmes

2. Tim, l'ami de Suzanne, semble soucieux. Quand elle lui demande ce qui ne va pas, Tim lui répond qu'il doit ouvrir le cadenas sur son casier et changer de vêtements dans les cinq prochaines minutes. Malheureusement, il a oublié la combinaison de son nouveau cadenas.



Il sait que la combinaison comporte trois numéros différents. Il se souvient aussi que tous les nombres sont impairs, et qu'ils sont tous divisibles par sept. Il lui faut dix secondes pour composer la combinaison, et une minute et demie pour se changer de vêtements.

Tim sera-t-il prêt pour sa classe d'éducation physique? Appuie ta réponse par un processus mathématique et décris ton travail.

- 2. Les lettres du mot SEQUOIA sont écrites sur des fiches. Deux fiches sont tirées au hasard, sans remise. Quelle est la probabilité de tirer deux voyelles?
- 3. Dans la chambre bleue se trouvent douze garçons et huit filles. Dans la chambre verte se trouvent sept garçons et neuf filles. Si tu choisis un élève au hasard dans l'une des chambres, quelle est la probabilité que ce soit une fille?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-2 résoudre des problèmes de calcul des probabilités d'événements indépendants et d'événements dépendants – suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **expliquer des événements indépendants (suite)**

Exemple

Classe les événements suivants selon qu'ils sont indépendants ou dépendants :

- a) Lancer une pièce de monnaie et lancer un dé.
- b) Tirer deux cartes sans les replacer.
- c) Tirer deux cartes et les replacer dans le paquet.

Solution

- a) Événements indépendants
- b) Événements dépendants
- c) Événements indépendants

• **déterminer la probabilité de réalisation d'événements indépendants**

La réalisation d'événements indépendants $P(A \text{ et } B) = P(A) \cdot P(B)$.

Exemple

Une boîte contient deux billes rouges et trois billes blanches. On tire deux billes. Trouve la probabilité que les deux billes soient blanches si la première :

- a) est remplacée avant que la deuxième soit tirée.
- b) n'est pas remplacée avant que la deuxième soit tirée.

Solution

a)
$$P(BB) = P(B) \cdot P(B|B)$$

$$= P(B) \cdot P(B) \quad \text{étant donné que la bille est remplacée avant que la deuxième soit tirée (**événements indépendants**).$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

b)
$$P(BB) = P(B) \cdot P(B|B)$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

Remarque : $P(B|B)$ en (b) est $\frac{2}{4}$ parce que, après qu'on a tiré la première bille blanche, la boîte contient quatre billes, soit deux blanches et deux rouges.

La distinction entre les deux parties de cet exemple est extrêmement importante dans l'étude des probabilités. On parle fréquemment de tirages **avec remise (événements indépendants)** et **sans remise (événements dépendants)**.

✓ Communications	Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Quelle est la probabilité d'obtenir un cinq si on lance un dé à six faces une fois, et d'obtenir un côté face si on lance une pièce de monnaie une seule fois?

Inscriptions au journal

1. Comment peux-tu déterminer si deux événements sont dépendants ou indépendants?
2. Trois boîtes identiques contiennent chacune deux tiroirs. Dans l'une d'elle, chaque tiroir contient une pièce en or. Dans une autre boîte, chaque tiroir contient une pièce d'argent. Dans la dernière boîte, on trouve une pièce d'argent dans un tiroir et une pièce d'or dans l'autre. Tu ouvres un tiroir et tu y trouves une pièce d'or. Quelle est la probabilité que l'autre tiroir de cette même boîte contienne une pièce d'or?

Michel prétend que la probabilité est de $\frac{1}{3}$.

Jessica prétend qu'elle est de $\frac{1}{2}$.

Raymond déclare que la probabilité est de $\frac{2}{3}$.

Explique comment chaque personne est arrivée à cette conclusion. Qui a raison? Justifie ta réponse.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-3 résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements mutuellement exclusifs et d'événements complémentaires

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **introduire la notion d'événements mutuellement exclusifs**

Quand deux événements ne peuvent se produire en même temps, on dit qu'ils sont mutuellement exclusifs. C'est une probabilité semblable à la probabilité « ou ».

Voici la règle générale :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ et } B)$$

Si les événements A et B ne peuvent se produire en même temps ($P(A \text{ et } B) = 0$), la loi suivante s'applique :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

Exemple

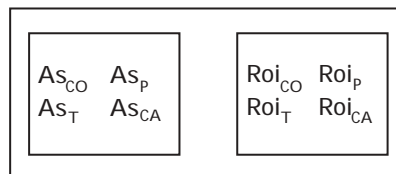
On tire une carte d'un paquet de 52. Trouve la probabilité que la carte soit un as ou un roi.

Solution

Une carte ne peut être un as ou un roi en même temps. Par conséquent, on dit que les événements sont mutuellement exclusifs, et que $P(\text{as ou roi}) = 0$. Par conséquent,

$$\begin{aligned} P(\text{as ou roi}) &= P(\text{as}) + P(\text{roi}) \\ &= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{2}{13} \end{aligned}$$

Voici un diagramme de Venn qui illustre les événements mutuellement exclusifs :



L'ensemble des as et l'ensemble des rois sont des ensembles disjoints (ils n'ont rien en commun). Par conséquent, $P(\text{as et roi}) = 0$.

• **appliquer la notion d'événements complémentaires à l'étude des probabilités**

Si la réalisation d'un événement est certaine, alors la probabilité de cette réalisation est 1. Par conséquent, la probabilité qu'un événement A ne se réalise pas, exprimée par $P(\sim A)$, est la différence entre 1 et $P(A)$, soit,

$$P(\sim A) = 1 - P(A)$$

$P(A)$ et $P(\sim A)$ sont souvent appelés des **événements complémentaires**.

Communications	✓ Résolution
✓ Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Si A et B sont des événements mutuellement exclusifs, quelle est la valeur de $P(A \cap B)$?
2. La probabilité que les Coréens fassent un lancer final est de 60 %. Quelle est la probabilité qu'ils manquent le but?
3. À chaque tentative, la probabilité d'atteindre la cible est 0,9. Si une personne a trois chances, quelle est la probabilité qu'elle manque trois fois la cible?
2. 4. Si la probabilité de perdre est de $\frac{2}{7}$, quelle est la probabilité de gagner?

Choix multiples

Un sac contient quatre billes rouges et cinq bleues. Si deux billes sont choisies sans être remplacées, quelle est la probabilité que les deux soient rouges?

- | | |
|--------------------|------------------|
| a) $\frac{4}{27}$ | b) $\frac{1}{6}$ |
| c) $\frac{16}{81}$ | d) $\frac{2}{9}$ |

Inscription au journal

Explique pourquoi il est toujours vrai que si A et B sont des événements mutuellement exclusifs, alors $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,*
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 7, leçon 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-3 résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements mutuellement exclusifs et d'événements complémentaires
– suite

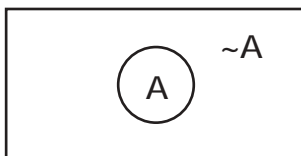
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **utiliser des événements complémentaires pour étudier les probabilités (suite)**

Deux événements sont **complémentaires**

- s'ils sont mutuellement exclusifs et
- si leur union vide l'espace échantillonnal

Illustration par un diagramme de Venn



A et $\sim A$ sont des événements complémentaires

Exemple 1

Si la probabilité de gagner une joute est de $\frac{1}{31}$, quelle est la probabilité de la perdre?

Solution

$$1 - \frac{1}{31} = \frac{30}{31}$$

Exemple 2

Dans une série de tirs au but, les équipes A et B tirent le ballon en alternance. La première équipe qui compte un but gagne. La probabilité que l'équipe A compte un but est de 0,3 pour tous les tirs. La probabilité que l'équipe B compte un but est de 0,4 pour tous les tirs.

- Si l'équipe A lance en premier, quelle est la probabilité que l'équipe B gagne au premier lancer?
- Si l'équipe A lance en premier, quelle est la probabilité qu'elle gagne au troisième tir?

Solution

a) $(1 - 0,3)(0,4) = 0,28$

b) $(0,7)(0,6)(0,7)(0,6)(0,3) = 0,05293$

Communications	✓ Résolution
✓ Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Tu participes à un jeu dans lequel tu dois choisir des billes une à la fois dans un sac qui en contient cinq rouges, six bleues, onze vertes et trois blanches. Sauf mention contraire, les billes doivent être retournées dans le sac seulement après la fin de chaque jeu.
 - a) Quelle est la probabilité de ne pas choisir une bille rouge?
 - b) Quelle est la probabilité de choisir une bille bleue ou une bille verte?
 - c) Quelle est la probabilité de ne pas choisir une bille rouge ni une bille blanche?
 - d) Quelle est la probabilité de choisir une bille rouge et une bleue si tu as retourné la rouge dans le sac?
 - e) Quelle est la probabilité de choisir deux billes rouges?
 - f) Quelle est la probabilité de choisir une bille rouge suivie d'une bille blanche?
 - g) Quelle est la probabilité de choisir deux billes bleues?

2. La probabilité que Floyd oublie son dîner est de 0,62. Quelle est la probabilité qu'il ne l'ait pas oublié?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-4 déterminer la probabilité conditionnelle de deux événements

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de calcul des probabilités conditionnelles

La loi générale de multiplication énonce que :

$$P(A \text{ et } B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

Cette loi est appliquée chaque fois que tu connais, ou que tu peux déduire, les valeurs de $P(A)$ et de $P(B|A)$ pour trouver la probabilité que A et B se produisent en même temps.

Parfois, tu connais la valeur de $P(A \text{ et } B)$ et $P(A)$, et tu dois déterminer la probabilité conditionnelle $P(B|A)$. Tu peux trouver la valeur de $P(B|A)$ en remplaçant directement $P(A \text{ et } B)$ et $P(A)$ dans la formule ci-dessus. Cependant, beaucoup d'auteurs présentent cette formule sous la forme suivante, qui est équivalente (sauf si $P(A) = 0$).

Formule des probabilités conditionnelles

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ et } B)}{P(A)}$$

Les élèves devraient comprendre que, quand des questions portent sur le calcul de probabilités conditionnelles, l'espace échantillonnal est réduit parce qu'ils disposent d'une information supplémentaire.

La population d'une école secondaire est :

	Garçons	Filles	Total
Premier cycle	100	200	300
Deuxième cycle	150	75	225
Total	250	275	525

$$P(\text{premier cycle}) = \frac{300}{525}$$

$$P(\text{premier cycle} | \text{filles}) = \frac{200}{275}$$

L'espace échantillonnal est réduit de 525 à 275.



« La probabilité qu'une élève soit au premier cycle. »

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Explique la signification de $P(A|B)$.
2. Comment des événements A et B mutuellement exclusifs influencent-ils la formule des probabilités conditionnelles?
3. Explique la différence entre $P(A \text{ et } B)$ et $P(B|A)$.

Problèmes

1. Un sondage effectué auprès des élèves de l'École secondaire Rosier démontre que 65 % d'entre eux aiment les programmes de sport, que 40 % aiment les activités plus diversifiées et que 25 % aiment les 2 types d'activités. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans cette école aime les programmes d'activités diversifiées si on sait que la personne aime aussi les programmes de sport?
2. Un skieur vient tout juste d'atteindre le sommet de la montagne. Pour redescendre, il a le choix entre trois pistes. Si le skieur choisit la piste A, alors la probabilité qu'il se rende au bas de la pente est de $\frac{1}{4}$. S'il choisit la piste B, la probabilité qu'il arrive en bas est de $\frac{1}{5}$. Si la piste C est choisie, la probabilité qu'il arrive en bas est $\frac{1}{6}$. De plus, la probabilité qu'il choisisse l'une de ces pistes est $\frac{1}{3}$. Si le skieur atteint le bas de la pente, quelle est la probabilité qu'il a emprunté la piste B?
3. Tom, Joanne et Elsie sont candidats à la présidence d'une compagnie. La probabilité qu'ils soient élus est de 30 %, 20 % et 50 % respectivement. Si Tom est élu, la probabilité que la valeur des actions de la compagnie augmente est de 10 %. Si Joanne est élue, la probabilité que les actions augmentent est de 15 %, et elle est de 20 % si c'est Elsie qui est élue. Si les actions ont augmenté, quelle est la probabilité que Joanne ait été élue présidente?

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,*
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 7, leçon 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-4 déterminer la probabilité conditionnelle de deux événements
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de calcul des probabilités conditionnelles (suite)

Exemple

On sait qu'une famille de cinq enfants compte au moins deux filles. Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement quatre filles dans cette famille?

Solution

$$\frac{5}{26}$$

L'échantillon de 32 est réduit à 26.

Remarque : $P(A|B) = \frac{P(A \text{ et } B)}{P(B)}$

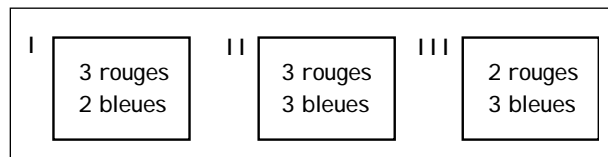
Une bonne méthode pour résoudre ce problème est de dessiner un diagramme en arbre et de déterminer le rapport des branches favorables au nombre de toutes les branches possibles.

La formule des probabilités conditionnelles nous permet de calculer la probabilité de réalisation d'un événement si un autre événement s'est déjà produit. Dans de nombreuses situations, cependant, nous connaissons le résultat d'une expérience et il faut déterminer la probabilité que le résultat soit dû à une cause donnée.

• résoudre divers problèmes de calcul des probabilités

Exemple 1

Un élève choisit au hasard une boîte parmi les trois suivantes, sur laquelle le nombre de billes colorées est inscrit.



L'élève choisit ensuite une bille dans la boîte choisie. Si la bille choisie est rouge, quelle est la probabilité que la dernière boîte ait été choisie?

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

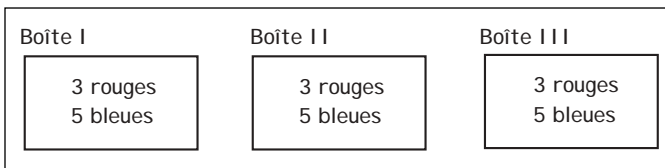
NOTES

Problèmes

1. Jean prend l'autobus pour se rendre à l'école les deux premiers jours de la semaine, et il marche les autres trois jours. S'il prend l'autobus, il arrive en retard 10 % du temps, mais s'il marche, il arrive en retard 30 % du temps.

- a) Quelle est la probabilité que Jean arrive à l'heure?
- b) Si Jean est en retard ce matin, quelle est la probabilité qu'il ait pris l'autobus?

2. Trois boîtes contiennent des billes colorées; le contenu de chacune est indiqué dans le diagramme. André choisit une boîte au hasard, puis il choisit au hasard une bille dans cette boîte. Quelle est la probabilité que la bille choisie soit rouge?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

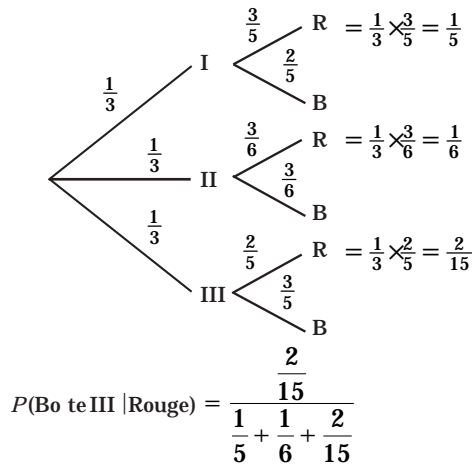
G-4 déterminer la probabilité conditionnelle de deux événements
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre divers problèmes de calcul des probabilités (suite)

Exemple 1 – suite

Solution



Remarque : $P(\text{Boîte III} | \text{ROUGE}) = \frac{\text{Branche rouge selon la branche III}}{\text{Toutes les branches rouges}}$

Exemple 2

On sait que 10 % d'une population a contracté une certaine maladie. Un test sanguin permet de diagnostiquer la maladie dans 95 % des cas. Le test est aussi fiable pour les personnes atteintes que pour les personnes non atteintes. Quelle est la probabilité qu'une personne dont le test sanguin est positif soit vraiment malade?

Solution

$$P(\text{malade} | \text{test positif}) = \frac{(0,1)(0,95)}{(0,1)(0,95) + (0,9)(0,05)} = 0,67857$$

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- G-5 résoudre des problèmes de calcul des probabilités mettant en cause
- des permutations et des combinaisons
 - des probabilités conditionnelles

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **établir des liens entre les techniques de dénombrement par permutations et par combinaisons pour résoudre des problèmes de calcul des probabilités**

Beaucoup de problèmes de calcul des probabilités peuvent être résolus à l'aide des techniques de dénombrement rapide par permutations et par combinaisons. Certains peuvent être résolus au moyen des permutations, d'autres le seront au moyen des combinaisons, et certains par une combinaison des deux techniques. L'exemple suivant a tout d'abord été résolu à l'aide d'un diagramme en arbre. Par la suite, il a été résolu à l'aide de permutations et de combinaisons.

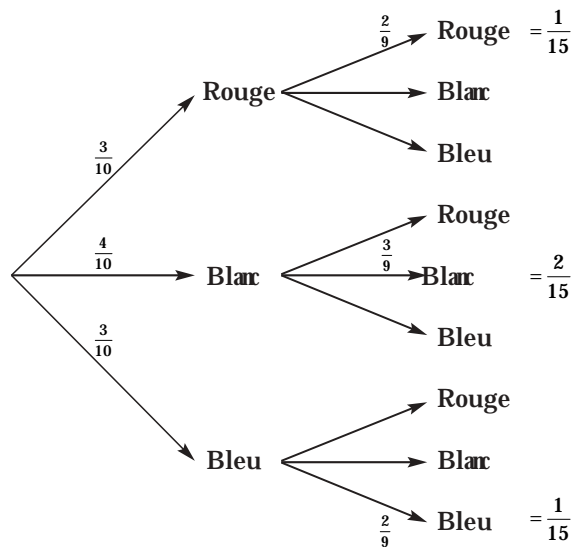
Exemple 1

On choisit deux graines dans un paquet qui en contient dix, dont trois doivent produire des fleurs rouges, quatre des fleurs blanches et trois des fleurs bleues. Quelle est la probabilité que les deux graines produisent :

- des fleurs rouges?
- des fleurs de la même couleur?

Solution

Méthode 1 : Diagramme en arbre



a) $P(RR) = \frac{1}{15}$

b) $P(\text{même couleur}) = P(RR) + P(BL BL) + P(BB)$
 $= \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 figures quand on tire 5 cartes dans un paquet qui en contient 52?
2. Pour gagner à un jeu de loterie, il faut que le billet acheté comporte exactement trois chiffres suivis d'une lettre, suivie de trois autres chiffres. Quelle est la probabilité d'avoir un billet gagnant?
3. On tire 5 cartes d'un paquet qui contient 52 cartes bien mélangées. Trouve la probabilité :
 - a) que quatre cartes soient des as;
 - b) que quatre cartes soient des as et l'autre un roi;
 - c) que trois cartes soient un dix et deux des valets;
 - d) qu'une carte soit un neuf, une autre un dix, une autre un valet, une autre une reine et une autre un roi, sans tenir compte de l'ordre;
 - e) que trois cartes soient d'une couleur et deux d'une autre;
 - f) d'obtenir au moins un as.
4. Une boîte contient quatre billes vertes et deux billes rouges. On tire une bille et on la replace dans la boîte. On fait ainsi cinq tirages en succession. Quelle est la probabilité de tirer quatre billes vertes et une bille rouge?
5. Si sept filles et deux garçons sont placés en cercle, quelle est la probabilité que les garçons soient l'un à côté de l'autre?

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,*
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 7, leçon 6

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- G-5 résoudre des problèmes de calcul des probabilités mettant en cause
- des permutations et des combinaisons
 - des probabilités conditionnelles
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **établir les liens entre les techniques de dénombrement par permutations et par combinaisons pour résoudre des problèmes de calcul des probabilités (suite)**

Exemple 1 – suite

Solution – suite

Outre la méthode du diagramme en arbre, les deux méthodes suivantes sont pratiques et rapides.

Méthode 2 : Combinaison

$$P(RR) = \frac{\text{nombre de façons de choisir deux graines rouges}}{\text{nombre de façons de choisir deux graines quelconques}}$$

$$= \frac{C(3, 2)}{C(10, 2)} = \frac{\frac{6}{2}}{\frac{90}{2}} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

Remarque à l'intention des enseignants

Les élèves peuvent utiliser les permutations pour trouver la réponse à ce problème (comme il est illustré ci-dessous).

$$\frac{P(n, r)}{P(m, r)} = \frac{C(n, r)}{C(m, r)}$$

Cependant, incitez-les à utiliser les combinaisons.

Méthode 3 : Permutation

$$P(RR) = \frac{\text{nombre de façons de choisir et d'ordonner deux graines rouges}}{\text{nombre de façons de choisir et d'ordonner deux graines quelconques}}$$

$$= \frac{P(3, 2)}{P(10, 2)} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. On forme un comité de cinq personnes choisies parmi six garçons et huit filles. Quelle est la probabilité que deux garçons et trois filles sont choisis? (Exprime ta réponse à quatre décimales près.)
2. On te donne un mot de passe qui comprend trois lettres suivies de trois chiffres. Quelle est la probabilité que ton mot de passe ne contienne aucune répétition de lettres ou de chiffres? (Arrondis ta réponse à trois décimales près.)

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- G-5 résoudre des problèmes de calcul des probabilités mettant en cause
- des permutations et des combinaisons
 - des probabilités conditionnelles
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **établir les liens entre les techniques de dénombrement par permutations et par combinaisons pour résoudre des problèmes de calcul des probabilités (suite)**

Exemple 2

Sur une tablette, tu places cinq livres de couleurs différentes, dont un rouge et un vert. Quelle est la probabilité que le livre rouge se trouve à une extrémité et le livre vert à l'autre?

Solution

$$P(\text{rouge et vert aux extrémités}) = \frac{\text{Nombre de permutations avec rouge et vert aux extrémités}}{\text{Nombre total de permutations}}$$

Réponse : $\frac{1}{10}$

Exemple 3

Quelle est la probabilité qu'une main de 5 cartes comporte 4 as si le paquet utilisé compte 52 cartes?

Solution

$$P(4 \text{ as, } 1 \text{ différente}) = \frac{\text{Nombre de combinaisons avec 4 as, } 1 \text{ différente}}{\text{Nombre total de combinaisons}}$$

Réponse

$$\frac{{}_4C_4 \cdot {}_{48}C_1}{{}_{52}C_5} = \frac{48}{2598960}$$

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES
