

*Unité F*  
*Sections coniques*

# ***SECTIONS CONIQUES***

Dans l'unité qui suit, les élèves :

- classent les coniques selon leur forme;
- étudient et examinent la forme générale d'une conique;
- classent, tracent et décrivent un cercle sous sa forme générale et canonique;
- classent, tracent et décrivent une ellipse sous sa forme générale et canonique;
- classent, tracent et décrivent une hyperbole sous sa forme générale et canonique;
- classent, tracent et décrivent une parabole sous sa forme générale et canonique;
- convertissent l'équation d'une conique de la forme générale à la forme canonique, et vice-versa.

## **Méthodes pédagogiques**

Les enseignants devraient mettre en œuvre les méthodes pédagogiques proposées ici pour favoriser l'apprentissage des élèves et leur permettre notamment :

- d'utiliser la calculatrice ou un logiciel graphique pour explorer l'effet sur une conique de la variation des valeurs de A, C, D, E et F dans l'équation  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ;
- d'établir les liens entre les propriétés algébriques des coniques et leur tracé;
- d'écrire les équations de coniques à partir du graphique et vice-versa;
- d'effectuer des activités appropriées sur papier;
- d'effectuer des activités d'enseignement différencié appropriées.

## **Exercice d'algèbre**

À l'aide de questions brèves et simples qui font appel à un « calcul mental », les enseignants pourront réviser les concepts de l'algèbre tels que (voir annexe F-1) :

- la notation fonctionnelle;
- la décomposition en facteurs de trinômes qui sont des carrés parfaits;
- la complétion du carré.

## **Matériel**

- calculatrice et logiciel graphique
- papier quadrillé

## **Durée**

- 11 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

**Résultat d'apprentissage  
général**

Classer les sections coniques selon la forme et l'équation.

**Résultat(s) d'apprentissage  
spécifique(s)**

F-1 classer les sections coniques selon la forme ou l'équation donnée sous la forme générale ou canonique - (carré complété) axe de symétrie vertical ou horizontal seulement

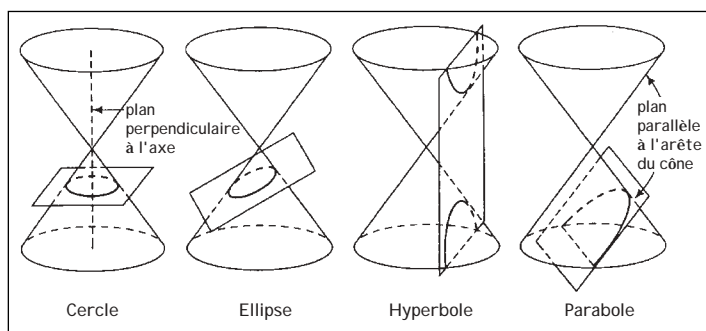
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On trouve à la fin de cette unité des activités d'apprentissage à l'appui de l'enseignement différencié (voir les annexes F-2 à F-4, p. F-60 à F-62).

• **classer les sections coniques selon la forme**

Visualise les formes générées par l'intersection d'un cône à deux nappes et un plan. Pour chacune des sections coniques (parabole, cercle, ellipse, hyperbole), décris le lien entre le plan, l'axe central du cône et la génératrice.

Si un plan coupe un cône à deux nappes et qu'on l'incline à différents angles, les sections transversales qui en résultent sont appelées des sections coniques. Le cercle, l'ellipse, l'hyperbole et la parabole sont des sections coniques.



Le **cercle** est l'intersection d'un cône à deux nappes et d'un plan perpendiculaire à l'axe du cône. Si le plan est incliné mais qu'il n'est pas parallèle à une génératrice tel qu'il coupe seulement l'une des nappes du cône, l'intersection est une **ellipse**. L'hyperbole est l'intersection d'un cône à deux nappes et d'un plan incliné tel qu'il coupe les deux nappes sans passer par le sommet du cône. La **parabole** est formée quand le plan est parallèle à une génératrice d'un cône et qu'il croise une nappe.

Il est aussi possible de couper le cône double pour obtenir un point unique, une droite ou une paire de droites. Ces cas extrêmes sont appelés des **sections coniques dégénérées**.

✓ <b>Communications</b>	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Ressources imprimées :**

*Mathématiques pré-calcul  
Secondaire 4 : Exercices  
cumulatifs et réponses.*

*Supplément au document de  
mise en œuvre, Winnipeg,  
Man., Éducation et Formation  
professionnelle Manitoba,  
2000.*

*Mathématiques pré-calcul  
Secondaire 4 : Solutions des  
exercices cumulatifs.*

*Supplément au document de  
mise en œuvre, Winnipeg,  
Man., Éducation et Formation  
professionnelle Manitoba,  
2000.*

*Mathématiques pré-calcul  
Secondaire 4 : Cours destiné à  
l'enseignement à distance,  
Winnipeg, Man., Éducation et  
Formation professionnelle  
Manitoba, 2000.*

– Module 8, Leçons 1, 2, 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

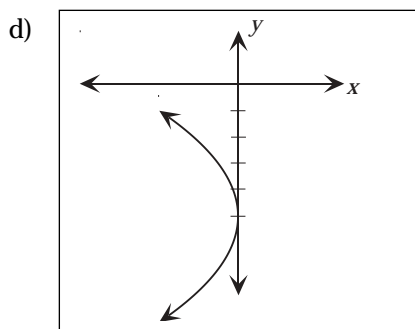
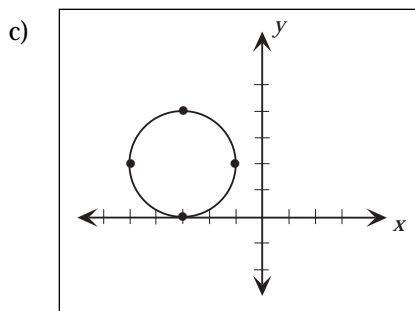
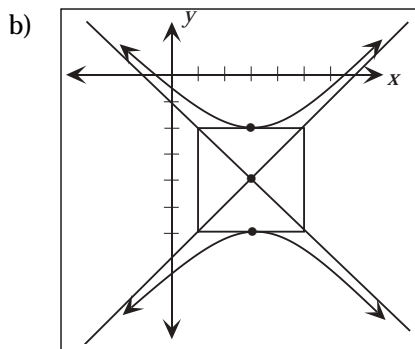
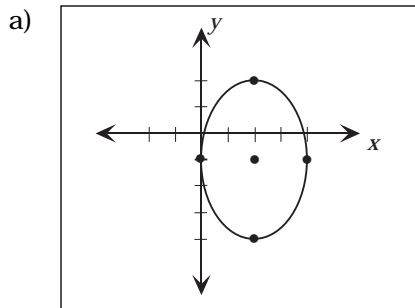
F-1 classer les sections coniques selon la forme ou l'équation donnée sous la forme générale ou canonique - (carré complété) axe vertical ou horizontal de symétrie seulement  
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• classer les sections coniques selon la forme (suite)

**Exemple**

Identifie les coniques suivantes à partir de leur forme :



✓ <b>Communications</b>	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

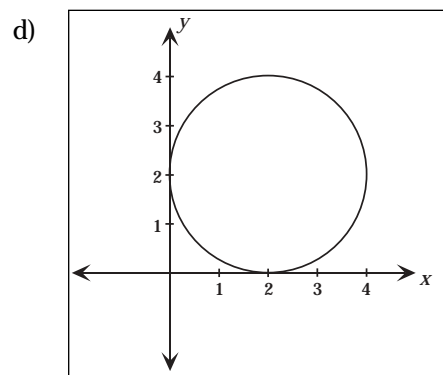
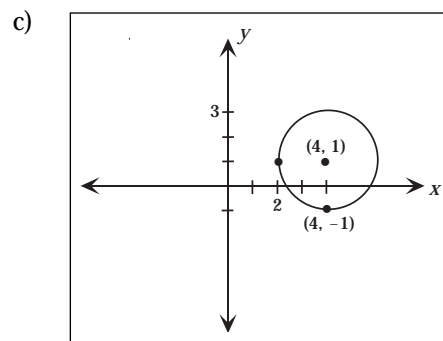
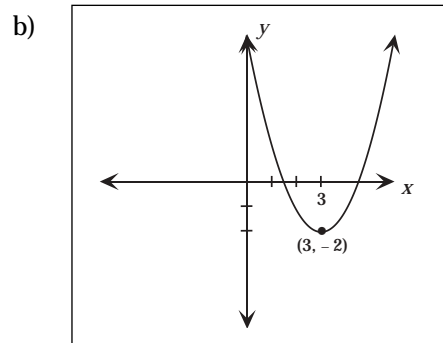
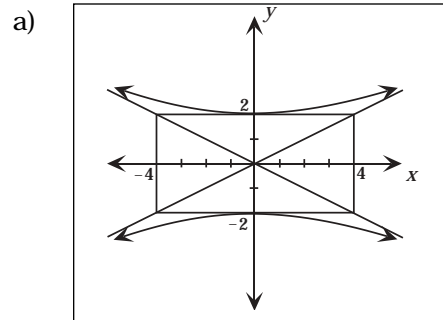
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Calcul mental**

Identifie les coniques à partir de leur graphique :



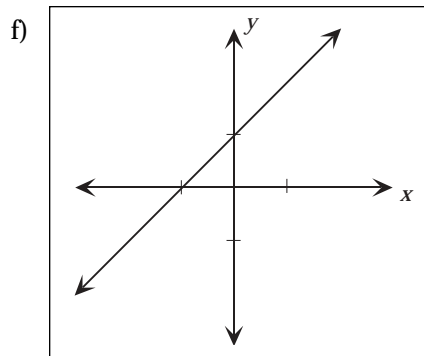
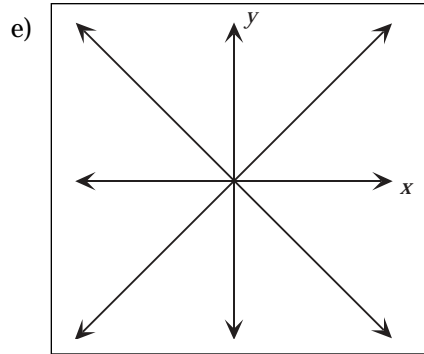
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-1 classer les sections coniques selon la forme ou l'équation donnée sous la forme générale ou canonique - (carré complété) axe vertical ou horizontal de symétrie seulement  
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- classer les sections coniques selon la forme (suite)

**Exemple - suite**



*Solution*

- a) ellipse
- b) hyperbole
- c) cercle
- d) parabole
- e) deux droites qui se coupent
- f) une droite

✓ <b>Communications</b>	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-1 classer les sections coniques selon la forme ou l'équation donnée sous la forme générale ou canonique - (carré complété) axe vertical ou horizontal de symétrie seulement  
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• examiner la forme générale d'une conique

La forme générale d'une conique est exprimée comme suit :

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0.$$

Si  $B \neq 0$ , les axes de symétrie de la conique ne sont ni horizontaux ni verticaux. Dans cette unité, nous limiterons notre étude aux sections coniques où  $B = 0$ , soit aux équations de la forme

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0.$$

• étudier l'effet sur la conique non dégénérée de la variation des valeurs de A, C, D, E et F

Posons que ni A ni C n'est égal à 0. Par conséquent,

- si  $A = C$ , l'équation définit un cercle.
- si A et C ont le même signe, et si  $A \neq C$ , l'équation définit une ellipse.
- si A et C ont des signes opposés, l'équation définit une hyperbole.
- si A ou C = 0, l'équation définit une parabole.

Notez que certaines équations, notamment  $x^2 + y^2 + 4 = 0$ , ne sont vérifiées par aucune paire de nombres réels. Elles n'ont pas de graphique.

Certains logiciels qui permettent de tracer le graphique d'une équation acceptent des données de la forme  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ . Au moment de mettre sous presse, la plupart des calculatrices à affichage graphique acceptaient des entrées du type  $y = f(x)$ . Si les élèves ont accès à un logiciel graphique où ils peuvent utiliser des équations générales de conique, proposez-leur de s'exercer avec des équations telles que les suivantes :

- $x^2 + y^2 + F = 0$ . Pourquoi F doit-il être négatif pour qu'on obtienne un graphique? Que se passe-t-il si  $|F|$  augmente?
- $Ax^2 + 4y^2 - 36 = 0$ . Posons A un nombre positif. Que se passe-t-il si  $|A|$  augmente? Si  $|A|$  devient très petit? Posons A un nombre négatif. Que se passe-t-il quand  $|A|$  augmente? Quand  $|A|$  diminue?
- Répète ce que tu as fait en (b) avec la fonction  $4x^2 + Cy^2 - 36 = 0$ , en utilisant cette fois-ci différentes valeurs de C.
- $x^2 - y^2 + k = 0$ . Fais des essais avec des valeurs positives et négatives de k. Posons k un nombre très large et un nombre très petit. Que se passe-t-il si  $k = 0$ ?
- Si le logiciel graphique accepte les équations de la forme  $x^2 + Bxy + y^2 - 1 = 0$ , les élèves pourront faire des expériences avec diverses valeurs de B. On peut leur montrer que les sections coniques n'ont pas toujours des axes de symétrie parallèles à l'axe de coordonnées.

✓ <b>Communications</b>	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-1 classer les sections coniques selon la forme ou l'équation donnée sous la forme générale ou canonique - (carré complété) axe vertical ou horizontal de symétrie seulement  
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• classer un cercle selon l'équation générale

Quand  $A = C$  dans l'équation générale  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ , l'équation définit un cercle.

**Exemple**

Étant donné la forme générale de l'équation, identifie la conique et donne les valeurs de A, C, D, E et F :

a)  $x^2 + y^2 - 8 = 0$

b)  $2x^2 + 2y^2 + 4x - 2y - 32 = 0$

*Solution*

a) cercle;  $A = 1, C = 1, D = 0, E = 0$  et  $F = -8$

b) cercle;  $A = 2, C = 2, D = 4, E = -2$  et  $F = -32$

• classer une ellipse selon l'équation générale

Quand  $A \neq C$  et que A et C sont positifs dans l'équation générale  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ , l'équation définit une ellipse.

**Exemple**

Étant donné la forme générale de l'équation, identifie la conique et donne les valeurs de A, C, D, E et F.

a)  $x^2 + 49y^2 - 49 = 0$

b)  $4x^2 + 9y^2 - 3x + 2y = 0$

*Solution*

a) une ellipse;  $A = 1, C = 49, D = 0, E = 0, F = -49$

b) une ellipse;  $A = 4, C = 9, D = -3, E = 2, F = 0$

• classer une hyperbole selon l'équation générale

Quand A et C ont des signes opposés dans l'équation générale  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ , l'équation représente une hyperbole.

**Exemple**

Étant donné la forme générale de l'équation, identifie la conique et donne les valeurs de A, C, D, E et F :

a)  $9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$

b)  $-3x^2 + 3y^2 + 2x - 12y + 2 = 0$

*Solution*

a) une hyperbole;  $A = 9, C = -4, D = 0, E = 0$  et  $F = -36$

b) une hyperbole;  $A = -3, C = 3, D = -2, E = -12$  et  $F = 2$

✓ <b>Communications</b>	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Calcul mental**

Identifie la section conique définie par les équations suivantes :

a)  $x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 13 = 0$

b)  $y^2 - 2y - 9x^2 + 36x = 39$

c)  $2x^2 + 4x - 9y + 20 = 0$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-1 classer les sections coniques selon la forme ou l'équation donnée sous la forme générale ou canonique - (carré complété) axe vertical ou horizontal de symétrie seulement  
– suite

✓ <b>Communications</b>	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

F-2 convertir l'équation d'une section conique de la forme générale à la forme canonique, et vice-versa

Communications	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	✓ <b>Technologie</b>
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• classer une parabole selon l'équation générale

Si A ou C égale zéro dans l'équation générale  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ , l'équation définit une parabole.

**Exemple**

Étant donné la forme générale de l'équation, identifie la conique et donne les valeurs de A, C, D, E et F :

- a)  $y^2 - 4x = 0$
- b)  $3x^2 - 2x + 5y - 3 = 0$

*Solution*

- a) parabole; A = 0, C = 1, D = -4, E = 0 et F = 0
- b) parabole; A = 3, C = 0, D = -2, E = 5 et F = -3

• convertir l'équation d'une section conique de la forme générale à la forme canonique

Pour convertir une équation générale exprimée au second degré à la forme canonique, utilise la méthode de la complétion du carré.

**Exemple**

Convertis l'équation suivante à la forme canonique et identifie la section conique définie :

- a)  $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 11$
- b)  $x^2 + 4y^2 - 2x + 24y + 33 = 0$
- c)  $4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 16 = 0$
- d)  $9x^2 - 24x + 72y + 16 = 0$

*Solutions*

- a)  $(x^2 + 6x) + (y^2 - 8y) = 11$   
 $(x^2 + 6x + 9) + (y^2 - 8y + 16) = 11 + 9 + 16$   
 $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 36$

**cercle**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Problèmes**

1. Soit l'équation  $4x^2 + 9y^2 - 8x + 54y + 49 = 0$ ; écris l'équation sous sa forme canonique.
2. Soit la conique dont l'équation est  $5x^2 + 4y^2 - 20x - 24y - 36 = 0$ ; écris l'équation sous sa forme canonique et trouve les coordonnées du centre.
3. Trouve le centre de l'hyperbole suivante :  $9x^2 - 54x - 4y^2 - 16y + 101 = 0$ .

**Ressource imprimée**

*Mathématiques pré-calcul  
Secondaire 4 : Cours destiné à  
l'enseignement à distance,*  
Winnipeg, Man. : Éducation et  
Formation professionnelle  
Manitoba, 2001  
– Module 8, leçon 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-2 convertir l'équation d'une section conique de la forme générale à la forme canonique, et vice-versa  
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• convertir l'équation d'une section conique de la forme générale à la forme canonique (suite)

**Exemple – suite**

*Solution (suite)*

$$\begin{aligned} \text{b) } & (x^2 - 2x) + 4(y^2 + 6y) = -33 \\ & (x^2 - 2x + 1) + 4(y^2 + 6y + 9) = -33 + 1 + 36 \\ & (x - 1)^2 + 4(y + 3)^2 = 4 \\ & \frac{(x - 1)^2}{4} + \frac{(y + 3)^2}{1} = 1 \end{aligned}$$

**ellipse**

$$\begin{aligned} \text{c) } & 4(x^2 - 2x) - (y^2 + 4y) = 16 \\ & 4(x^2 - 2x + 1) - (y^2 + 4y + 4) = 16 + 4 - 4 \\ & 4(x - 1)^2 - (y + 2)^2 = 16 \\ & \frac{(x - 1)^2}{4} - \frac{(y + 2)^2}{16} = 1 \end{aligned}$$

**hyperbole**

$$\begin{aligned} \text{d) } & 9\left(x^2 - \frac{8}{3}x\right) = -72y - 16 \\ & 9\left(x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9}\right) = -72y - 16 + 16 \\ & 9\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = -72y \\ & \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = -8y \end{aligned}$$

**parabole**

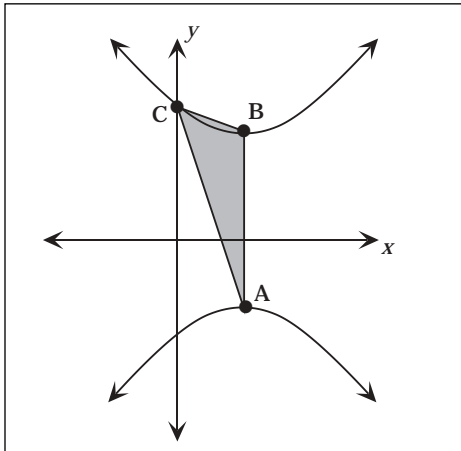
Communications	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	✓ <b>Technologie</b>
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Problèmes**

1. Soit la parabole  $x^2 + 8x - 2y + 26 = 0$ ; trouve la distance entre le sommet et l'origine.
2. L'aire de l'ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  est  $\pi ab$ . Trouve l'aire de l'ellipse d'équation  $9x^2 + 4y^2 + 72x - 16y + 124 = 0$ .
3. A et B sont les sommets de l'hyperbole  $-x^2 + y^2 + 4y - 2x - 7 = 0$ , et C est l'une des ordonnées à l'origine. Trouve l'aire du  $\triangle ABC$ .



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-2 convertir l'équation d'une section conique de la forme générale à la forme canonique, et vice-versa  
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **convertir une équation de la forme canonique à la forme générale**

Pour transformer une équation du second degré de la forme canonique à la forme générale, il faut éliminer les dénominateurs et simplifier l'équation, en multipliant tous les facteurs et en regroupant les termes semblables.

**Exemple**

Convertis à la forme générale les équations suivantes et trouve les sections coniques définies :

a)  $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

b)  $\frac{(x+3)^2}{25} - \frac{(y-4)^2}{16} = 1$

c)  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$

d)  $(y-3)^2 = -4(x+1)$

**Solution**

a) Ellipse

$$\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

$$16(x-4)^2 + 9(y+2)^2 = 144$$

$$16(x^2 - 8x + 16) + 9(y^2 + 4y + 4) = 144$$

$$16x^2 - 128x + 256 + 9y^2 + 36y + 36 = 144$$

$$16x^2 + 9y^2 - 128x + 36y + 148 = 0$$

b) Hyperbole

$$\frac{(x+3)^2}{25} - \frac{(y-4)^2}{16} = 1$$

$$16(x+3)^2 - 25(y-4)^2 = 400$$

$$16(x^2 + 6x + 9) - 25(y^2 - 8y + 16) = 400$$

$$16x^2 + 96x + 144 - 25y^2 + 200y - 400 = 400$$

$$16x^2 - 25y^2 + 96x + 200y - 650 = 0$$

c) Cercle

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y - 12 = 0$$

Communications	Résolution
Liens	✓ <b>Raisonnement</b>
Estimation et	✓ <b>Technologie</b>
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Problème**

Trace le graphique de  $y^2 - 12x - 4y + 40 = 0$ .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

F-2 convertir l'équation d'une section conique de la forme générale à la forme canonique, et vice-versa – *suite*

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :

- au domaine et à l'image;
- aux asymptotes, si elles existent;
- le centre;
- aux sommets;
- aux axes de symétrie.

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **convertir une équation de la forme canonique à la forme générale (suite)**

**Exemple – suite**

**Solution – suite**

d) parabole

$$(y - 3)^2 = -4(x + 1)$$

$$y^2 - 6y + 9 = -4x - 4$$

$$y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$$

• **utiliser la forme canonique de l'équation d'un cercle pour tracer et analyser son graphique**

La forme canonique de l'équation d'un cercle de rayon  $r$  centré à l'origine est :

$$x^2 + y^2 = r^2, \text{ où } C(0, 0) \text{ et rayon} = r$$

La forme canonique de l'équation d'un cercle transformé à partir de l'origine est :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2, \text{ où } C(h, k) \text{ et le rayon} = r$$

**Exemple**

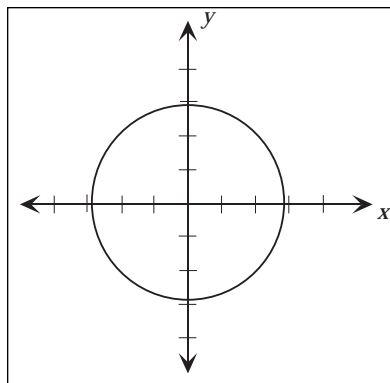
Soit les cercles suivants exprimés sous leur forme canonique; trace le graphique et donne le centre, le rayon, le domaine et l'image :

a)  $x^2 + y^2 = 8$

b)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$

**Solution**

a)



Centre :  $C(0, 0)$

Rayon :  $r : 2\sqrt{2}$

Domaine :  $\{-2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}\}$

Image :  $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Calcul mental**

1. Trouve le centre du cercle d'équation  $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 16$ .
2. Écris l'équation du cercle qui passe par l'origine et qui a son centre à  $(7, 0)$ .
3. Identifie la section conique définie par l'équation suivante :  

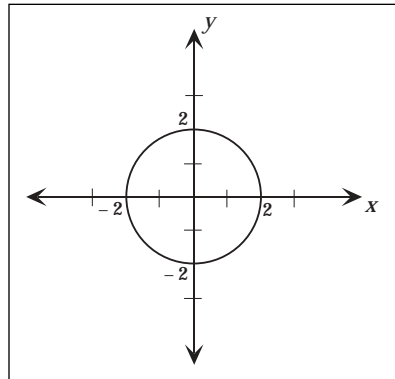
$$4x^2 + 4y^2 - 8x + 16y - 10 = 0$$

**Inscription au journal**

Explique pourquoi l'équation d'un cercle est une relation du deuxième degré. Explique pourquoi l'équation est du deuxième degré et pourquoi ce n'est pas une fonction.

**Problèmes**

1. Trouve la longueur du segment de la tangente au cercle d'équation  $x^2 + y^2 = 16$  et le point  $(5, 12)$ .
2. Si le cercle ci-dessous est étiré horizontalement d'un facteur de 2, quelle sera l'équation du graphique résultant?



3. Trouve la conique et donne 2 caractéristiques descriptives que tu peux déduire de l'équation  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$ .
4. Un cercle de centre  $(2, k)$  est tangent aux droites  $y = -4$  et  $y = 2$ . Trouve les valeurs possibles de  $k$ .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

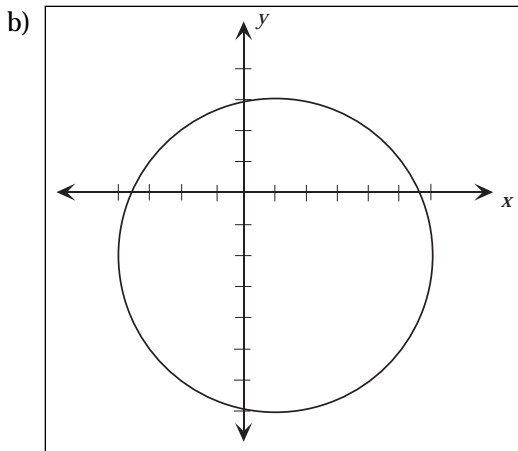
- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique de l'équation d'un cercle pour tracer et analyser son graphique (suite)

**Exemple – suite**

*Solution – suite*



Centre :  $C(1, -2)$

Rayon :  $r : 5$

Domaine :  
 $\{-4 \leq x \leq 6\}$

Image :  
 $\{-7 \leq y \leq 3\}$

- résoudre des problèmes qui mettent en cause des cercles

**Exemple**

Trouve la longueur du segment à partir du point  $(2, 3)$  au point qui est tangent au cercle d'équation  $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 1$ .

Solution

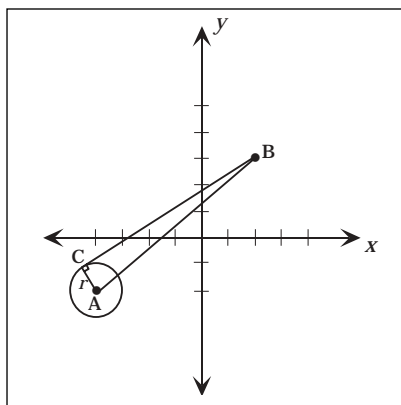
La distance entre le centre et le point  $(2, 3)$  est calculée comme suit :

$$\sqrt{(2 + 4)^2 + (3 + 2)^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61}$$

La longueur du rayon est 1. Si on applique le théorème de Pythagore :

$$(BC)^2 = (\sqrt{61})^2 - 1^2 = 60$$

$$\text{Alors, } BC = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

**Problème**

Un cercle est défini par l'équation  $x^2 + y^2 + 8x - 12y + k = 0$ .  
Trouve la valeur de  $k$  si le rayon est 7.

## NOTES

**Ressource imprimée**

*Mathématiques pré-calcul  
Secondaire 4 : Cours destiné à  
l'enseignement à distance,*  
Winnipeg, Man. : Éducation et  
Formation professionnelle  
Manitoba, 2001  
– Module 8, leçons 1 à 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une ellipse pour tracer et analyser son graphique**

La forme canonique de l'équation d'une ellipse centrée à l'origine est

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ où } a > b.$$

Une ellipse a deux axes de symétrie. L'axe le plus long, qui lie les sommets entre eux, est appelé le **grand axe**. Le plus petit est appelé le **petit axe**. L'intersection du grand et du petit axe est le centre de l'ellipse.

La distance entre les sommets, soit la longueur du grand axe, est  $2a$ . La longueur du petit axe est  $2b$  ( $a$  équivaut à la longueur du demi grand axe;  $b$  est la longueur du demi petit axe).

Si le grand axe est horizontal (axe des  $x$ ) et que le centre est  $(0, 0)$ , les coordonnées des sommets sont  $S(a, 0)$  et  $S(-a, 0)$ . Les extrémités du petit axe (axe des  $y$ ) sont  $(0, b)$  et  $(0, -b)$ .

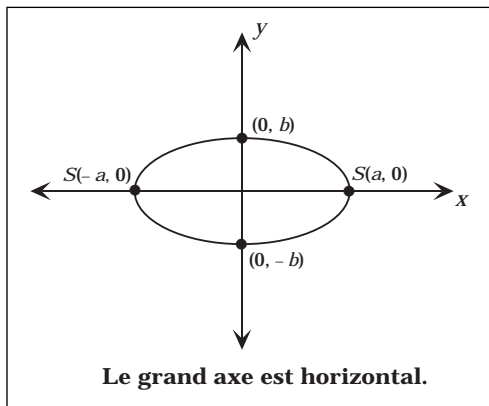


Figure 1

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Inscription au journal**

Décris une façon de déterminer, à partir de l'équation canonique d'une ellipse, si le grand axe est vertical ou horizontal.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser la forme canonique de l'équation d'une ellipse pour tracer et analyser son graphique (suite)

Si le grand axe est vertical (axe des  $y$ ) et que le centre est situé à  $(0, 0)$ , les coordonnées des sommets sont  $S(0, a)$  et  $S(0, -a)$ . Les extrémités du petit axe (axe des  $x$ ) sont  $(b, 0)$  et  $(-b, 0)$ .

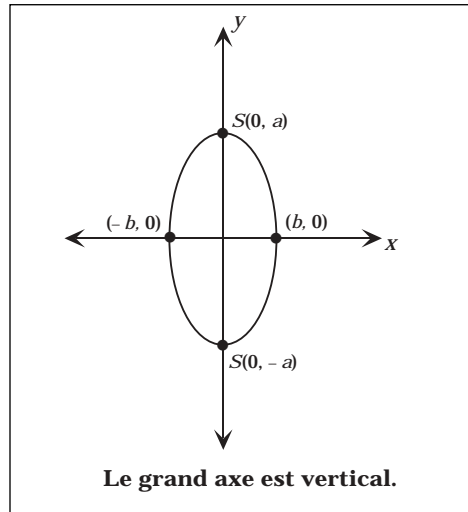


Figure 2

La forme canonique de l'équation d'une ellipse centrée à l'origine et dont le grand axe est l'axe des  $y$  est

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1, \text{ où } a > b.$$

**Exemple 1**

Étant donné les ellipses suivantes, exprimées sous leur forme canonique, trace et analyse le graphique.

a)  $\frac{x^2}{49} + y^2 = 1$

b)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

**Solution**

a) Le grand axe est l'axe des  $x$  :  $2a = 2 \cdot 7 = 14$ .

Sommets :  $(\pm 7, 0)$

Centre :  $(0, 0)$

Extrémités du petit axe :  $(0, \pm 1)$

Domaine :  $[-7, 7]$

Image :  $[-1, 1]$

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Calcul mental**

Quelle est la longueur du grand axe de la conique

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1?$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

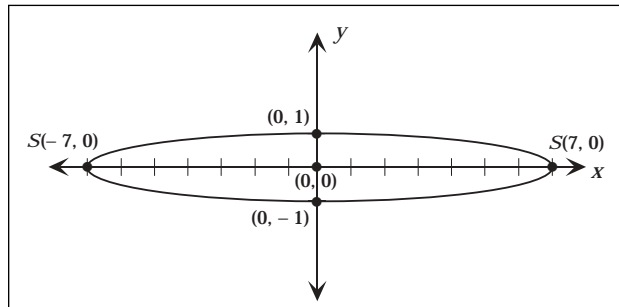
- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique de l'équation d'une ellipse pour tracer et analyser son graphique (suite)

**Exemple 1 - suite**

*Solution - suite*



b) Le grand axe est l'axe des  $y$  :  $2a = 2 \cdot 5 = 10$

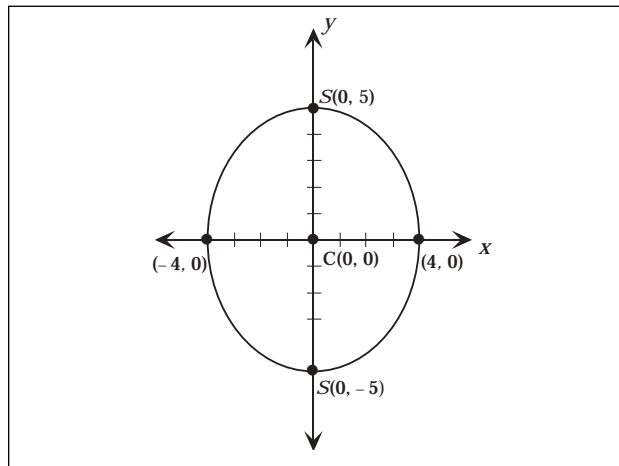
Sommets :  $(0, \pm 5)$

Centre :  $(0, 0)$

Extrémités du petit axe :  $(\pm 4, 0)$

Domaine :  $[-4, 4]$

Image :  $[-5, 5]$



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

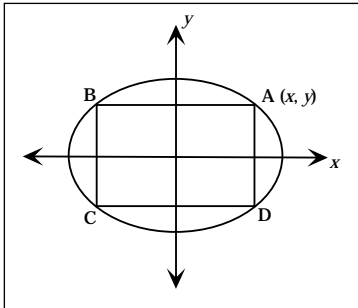
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Problèmes**

1. Dans la figure ci-dessous, le rectangle ABCD est inscrit dans

l'ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .



- a) Démontre que l'aire du rectangle est  $A(x) = 3x\sqrt{16 - x^2}$ .
  - b) Utilise un outil technologique pour trouver la valeur approximative de l'aire maximale au dixième près d'une unité au carré.
2. Trace le graphique des coniques suivantes et trouve les points d'intersection des graphiques de :
- $$x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$$
- $$x^2 + 4y - 4 = 0$$
3. Trace le graphique de  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1$ .
4. Trouve les coordonnées du ou des point(s) d'intersection de :
- $$9x^2 + 2y^2 = 18$$
- $$3x + y = -3$$
5. Détermine l'équation de l'ellipse  $x^2 + 4y^2 - 25 = 0$ , après avoir effectué les transformations suivantes :
- a) translation de deux unités vers la droite;
  - b) translation de trois unités vers le bas;
  - c) étirement d'un facteur de deux le long de l'axe horizontal;
  - d) étirement d'un facteur de  $\frac{1}{4}$  le long de l'axe vertical.
6. a) Trace le graphique de l'ellipse  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ .
- b) Trouve l'aire du quadrilatère dont les sommets sont les points d'intersection de l'ellipse avec les axes de coordonnées.
  - c) Quelles sont les abscisses à l'origine de  $4x^2 + 25y^2 = 100$ ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une ellipse pour tracer et analyser son graphique (suite)**

La forme canonique de l'équation d'une ellipse centrée à  $(h, k)$ , avec des sommets à  $(h \pm a, k)$  et un grand axe horizontal (parallèle à l'axe des  $x$ ) est :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1, \text{ où } a > b.$$

La forme canonique de l'équation d'une ellipse centrée à  $(h, k)$ , avec des sommets à  $(h, k \pm a)$  et un grand axe vertical (parallèle à l'axe des  $y$ ) est :

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1, \text{ où } a > b.$$

**Remarque :** Faites remarquer aux élèves que la lettre du numérateur au-dessus du plus grand dénominateur indique le grand axe.

**Exemple 2**

Posons les ellipses suivantes exprimées sous leur forme canonique. Trace le graphique de l'ellipse et indique le domaine, l'image, les longueurs du grand et du petit axe, les coordonnées des sommets et du centre, et trace son graphique :

a)  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$

b)  $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

**Solution**

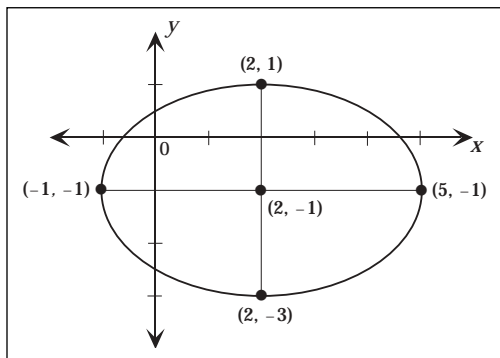
a) Centre :  $(2, -1)$

Grand axe  $2a = 6$  et petit axe  $2b = 4$

Sommets :  $(5, -1)$  et  $(-1, -1)$

Domaine :  $[-1, 5]$

Image :  $[-3, 1]$



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Calcul mental**

Quel type de conique est défini par l'équation suivante :

$$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y+5)^2}{4} = 1?$$

**Problèmes**

1. Trace et analyse le graphique de la conique définie par l'équation suivante :

$$\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{1} = 1.$$

2. Soit l'équation  $4x^2 + 9y^2 - 8x + 54y + 49 = 0$ ; écris l'équation sous sa forme canonique et trace le graphique. Trouve les coordonnées du centre et des sommets.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique de l'équation d'une ellipse pour tracer et analyser son graphique (suite)

**Exemple 2 – suite**

*Solution – suite*

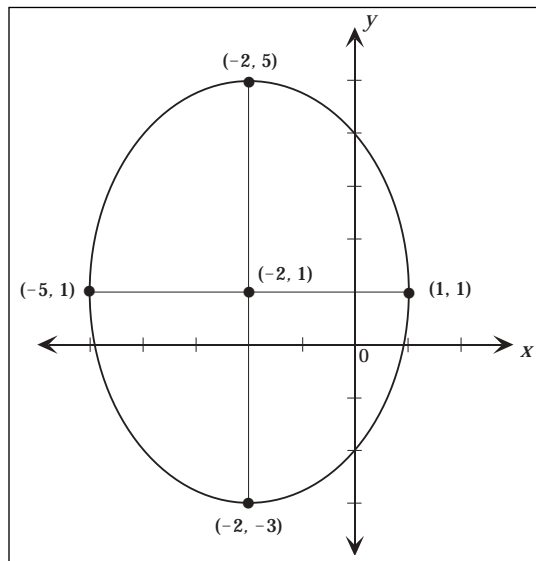
b) Centre :  $(2, -1)$

Grand axe  $2a = 8$ ; petit axe  $2b = 6$

Sommets :  $(-2, 5)$  et  $(-2, 3)$

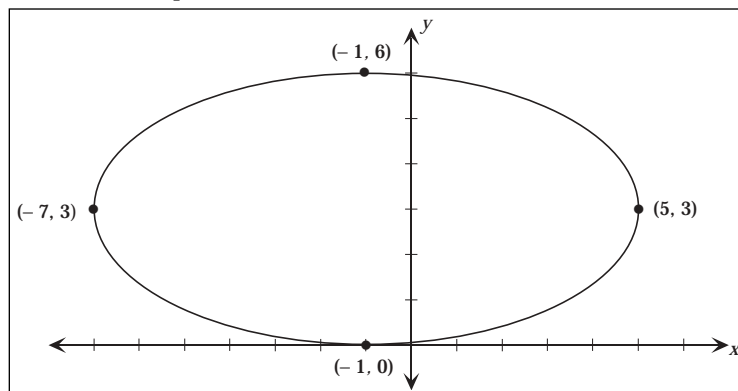
Domaine :  $[-5, 1]$

Image :  $[-3, 5]$



**Exemple 3**

Soit le diagramme suivant; écris l'équation de l'ellipse sous sa forme canonique.



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

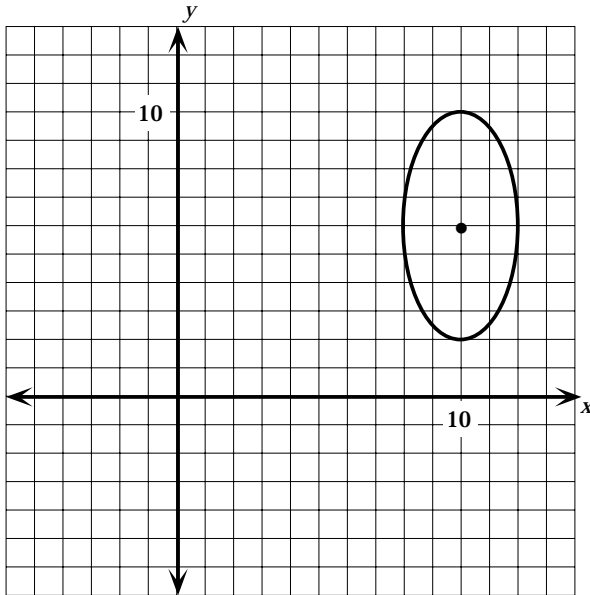
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Problème**

Écris une équation qui définit l'ellipse illustrée ci-dessous.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une ellipse pour tracer et analyser son graphique (suite)**

**Exemple 3 – suite**

*Solution*

L'axe horizontal étant parallèle à l'axe des  $x$ , sa forme est :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$2a = 12 \qquad 2b = 6$$

$$a = 6 \qquad b = 3$$

Le centre est le point milieu du grand ou du petit axe : C (-1, 3).

$$\therefore \frac{(x+1)^2}{36} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique**

La forme canonique de l'équation d'une hyperbole centrée à l'origine et dont l'axe horizontal est l'axe des  $x$  est :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ où } a \text{ n'est pas nécessairement plus grand que } b.$$

Une hyperbole a deux axes : l'**axe transversal** et l'**axe conjugué**, qui passe par le centre. L'axe transversal joint les sommets. L'axe conjugué est perpendiculaire à l'axe transversal et l'axe transversal **n'est pas** toujours plus long que l'axe conjugué.

Les lignes pointillées qui passent par le centre d'une hyperbole sont appelées les asymptotes de l'hyperbole. L'hyperbole se rapproche de plus en plus de ces asymptotes, mais ne les touchent jamais. L'axe transversal et l'axe conjugué définissent un rectangle dont les asymptotes sont les diagonales.

La longueur de l'axe transversal est  $2a$ . La longueur de l'axe semi-transversal est  $a$ . La longueur de l'axe conjugué est  $2b$ . La longueur de l'axe semi-conjugué est  $b$ .

Quand l'axe transversal est horizontal (par rapport à l'axe des  $x$ ) et qu'il est centré à l'origine, C(0, 0), les coordonnées des sommets sont S( $a$ , 0) et S(- $a$ , 0). Les extrémités de l'axe conjugué (axe des  $y$ ) sont (0,  $b$ ) et (0, - $b$ ).

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

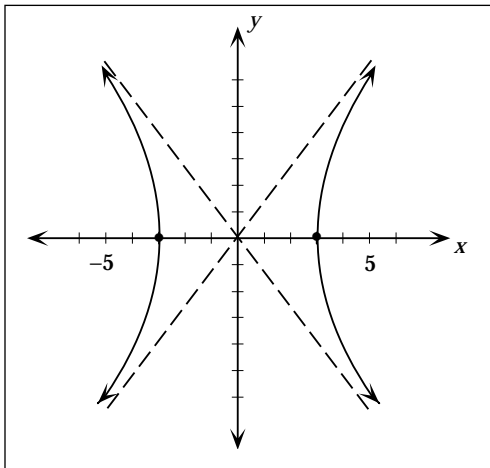
NOTES

**Inscriptions au journal**

1. Décris brièvement les différences entre l'équation canonique d'une hyperbole et l'équation canonique d'une ellipse.
2. Décris une façon de déterminer, à partir de l'équation canonique d'une hyperbole, si l'axe transversal est vertical ou horizontal.

**Problèmes**

1. Écris l'équation de l'hyperbole illustrée ci-dessous.



2. Décris la première équation comme un cercle, une parabole, une ellipse ou une hyperbole. Décris ensuite comment le graphique de la deuxième équation peut être obtenu à partir du graphique de la première.

a)  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

b)  $\frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique (suite)

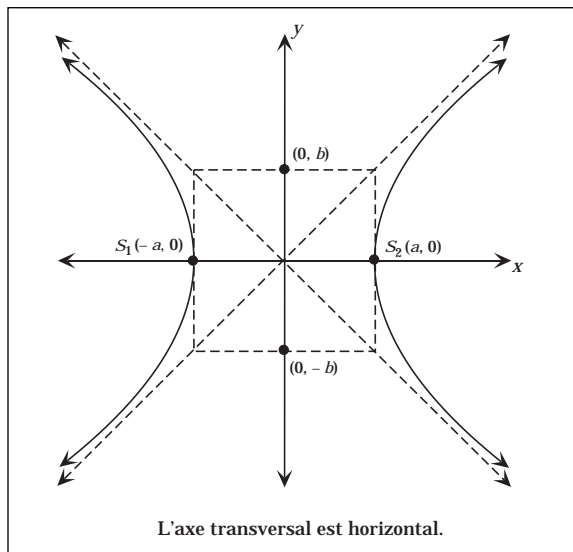


Figure 1

Quand l'axe transversal est vertical (axe des  $y$ ) et que le centre est  $(0, 0)$ , les coordonnées des sommets sont  $S(0, a)$  et  $S(0, -a)$ . Les extrémités de l'axe conjugué (axe des  $x$ ) sont  $(b, 0)$  et  $(-b, 0)$ .

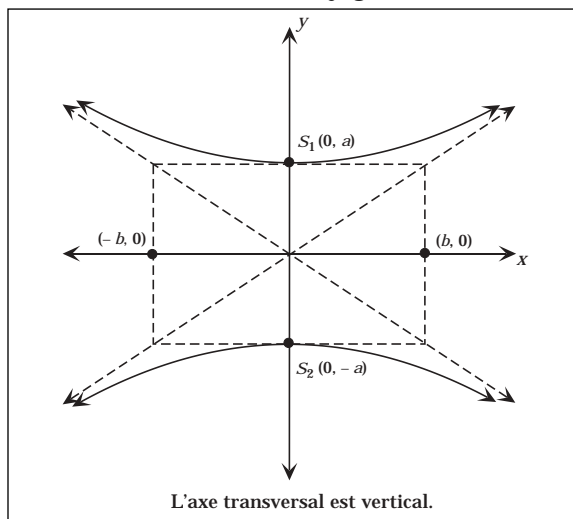


Figure 2

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Problèmes**

1. Trouve les coordonnées du (des) point(s) d'intersection de :

$$x^2 - y^2 = 16$$

$$x + y = 5$$

2. Trouve les sommets de la conique  $y^2 - x^2 = 9$ .

3. Trace le graphique de l'équation suivante et ajoute les asymptotes, si elles existent :

$$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique (suite)**

Voici la forme canonique de l'équation d'une hyperbole centrée à l'origine et dont l'axe vertical est l'axe des  $y$  :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1, \text{ où } a \text{ n'est pas nécessairement plus grand que } b.$$

**Exemple 1**

Étant donné les hyperboles suivantes, exprimées sous leur forme canonique, trace et analyse leur graphique :

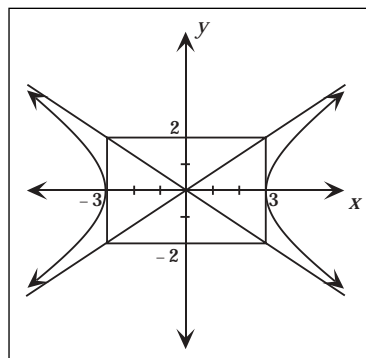
a)  $4x^2 - 9y^2 = 36$

b)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

**Solution**

a)  $\frac{4x^2}{36} - \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36}$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$$



Domaine :  $]-\infty, -3] \cup [3, \infty[$

Image :  $\{y \in \mathbb{R}\}$

Centre :  $(0, 0)$

Sommets :  $(-3, 0)$  et  $(3, 0)$

Longueur de l'axe transversal : 6

Longueur de l'axe conjugué : 4

Équation des asymptotes : Utilise l'équation de l'hyperbole et remplace la valeur de la constante par 0.

$4x^2 - 9y^2 = 36$  est remplacée par  $4x^2 - 9y^2 = 0$ . Trouve ensuite la valeur de  $y$ .

$$4x^2 - 9y^2 = 0$$

$$4x^2 = 9y^2$$

$$\pm 2x = 3y$$

$$y = \pm \frac{2}{3}x$$

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Problème**

1. a) Trace la courbe définie par l'équation  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ .
- b) Trouve les coordonnées des points  $A(x_1, 3)$  et  $B(x_2, 3)$  qui appartiennent à la courbe ci-dessus. Trouve la longueur de AB.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

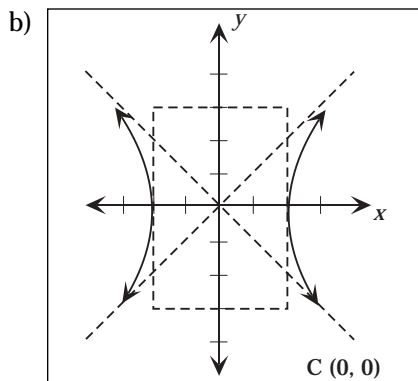
- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique (suite)

**Exemple 1 – suite**

*Solution – suite*



Domaine :  $]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$

Image :  $]-\infty, \infty[$

Centre : (0, 0)

Sommets : (-2, 0) et (2, 0)

Longueur de l'axe transversal : 4

Longueur de l'axe conjugué : 6

Équation des asymptotes :  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$

$$9x^2 - 4y^2 = 0$$

$$9x^2 = 4y^2$$

$$\pm \frac{3}{2}x = y$$

Voici la forme canonique de l'équation d'une hyperbole centrée à  $(h, k)$ , dont les sommets se trouvent à  $(h \pm a, k)$  et dont l'axe transversal est horizontal (parallèle à l'axe des  $x$ ) :

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1.$$

Voici la forme canonique de l'équation d'une hyperbole centrée à  $(h, k)$ , dont les sommets se trouvent à  $(h, k \pm a)$  et dont l'axe transversal est vertical (parallèle à l'axe des  $y$ ) :

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1.$$

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

---

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique (suite)**

**Remarque :** Soulignez aux élèves que le dénominateur du terme positif contient  $a^2$  et que la lettre dans le numérateur indique l'axe transversal.

**Exemple 2**

Étant donné les hyperboles suivantes, exprimées sous leur forme canonique; trace le graphique et donne le centre :

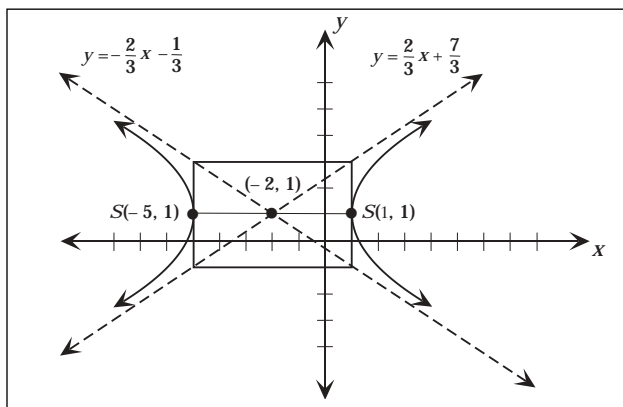
a)  $\frac{(x+2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

b)  $-\frac{(x+3)^2}{1} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$

**Solution**

- a) Il s'agit de la forme canonique d'une hyperbole centrée à  $(-2, 1)$ . Étant donné que  $a^2 = 9$ ,  $a = 3$  et les sommets sont situés à trois unités du centre, à  $(-5, 1)$  et  $(1, 1)$ .

Pour tracer le graphique d'une hyperbole, il faut tout d'abord tracer un rectangle de 6 sur 4 centré à  $(-2, 1)$ , tel qu'illustré. Trace les asymptotes en prolongeant les diagonales, puis trace les branches.



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Problèmes**

1. Trace l'hyperbole d'équation  $\frac{(x-6)^2}{36} - \frac{(y-8)^2}{64} = 1$  et trouve les équations des asymptotes.
2. Trouve les équations des asymptotes de  $16x^2 - 9y^2 - 32x - 54y - 209 = 0$ .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

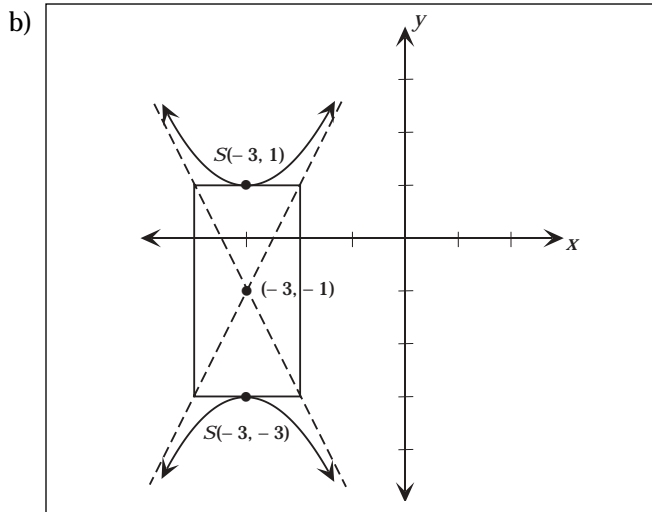
- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique (suite)

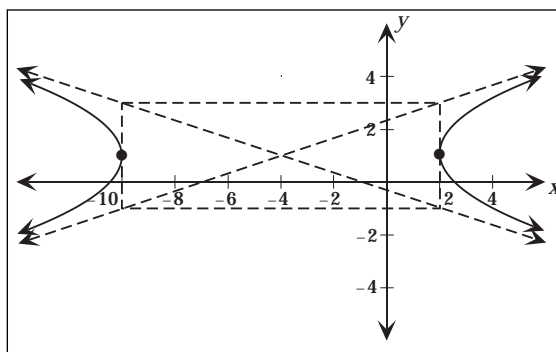
**Exemple 2 – suite**

*Solution – suite*



**Exemple 3**

Soit le graphique ci-dessous; écris l'équation de la conique sous sa forme canonique.



*Solution*

Le centre de l'hyperbole,  $(h, k)$ , est  $(-4, 1)$ . Le terme en  $y$  étant négatif, l'axe transversal est horizontal.

Étant donné que  $2a = 12$ ,  $a = 6$ . Par conséquent, les coordonnées des sommets se trouvent à 6 unités vers la gauche et à 6 unités vers la droite du centre,  $(-4, 1)$ .

$$(-4 - 6, 1) = (-10, 1)$$

$$(-4 + 6, 1) = (2, 1)$$

– suite

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique de l'équation d'une hyperbole pour tracer et analyser son graphique (suite)**

**Exemple 3 – suite**

*Solution – suite*

Étant donné que  $2b = 4$ ,  $b = 2$ . Par conséquent, les extrémités de l'axe conjugué se trouvent à 2 unités au-dessus et à 2 unités au-dessous du centre  $(-4, 1)$ .

$$(-4, 1 + 2) = (-4, 3)$$

$$(-4, 1 - 2) = (-4, -1)$$

L'équation est :  $\frac{(x + 4)^2}{36} - \frac{(y - 1)^2}{4} = 1$ .

- **utiliser la forme canonique d'une équation d'une parabole pour tracer et analyser son graphique**

La forme canonique de l'équation d'une parabole dont le sommet se trouve à l'origine et dont l'axe de symétrie est vertical est  $y = ax^2$ . L'axe est l'axe des  $y$  et le sommet se trouve à  $(0, 0)$ .

Si  $a > 0$ , la parabole est ouverte vers le haut (figure 1).

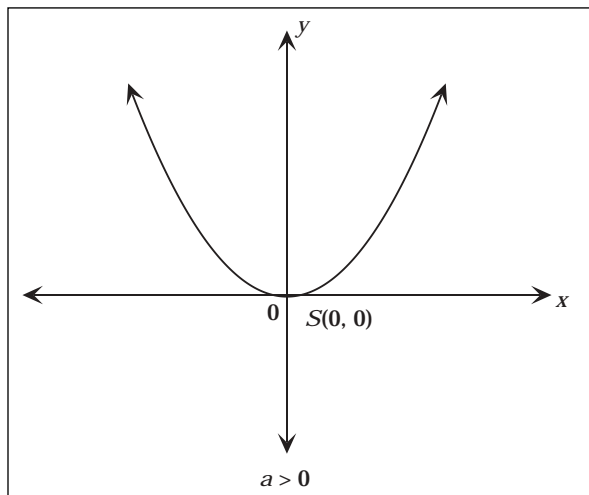


Figure 1

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Calcul mental**

1. Pour trouver les coordonnées en  $x$  du sommet d'une parabole, il faut appliquer la formule  $x = \frac{-b}{2a}$ . Trouve la coordonnée en  $x$  du sommet de  $y = 2x^2 - 3x - 5$ .
2. Trouve la conique définie par  $5y^2 + 8x - 17y - 35 = 0$ .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique d'une équation d'une parabole pour tracer et analyser son graphique (suite)**

Si  $a < 0$ , la parabole est ouverte vers le bas (figure 2).

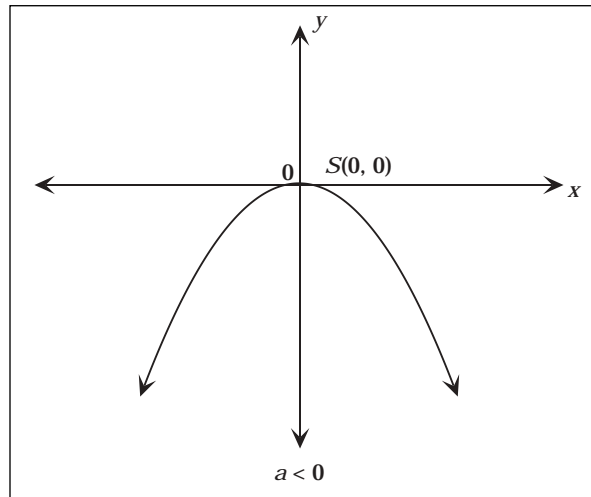


Figure 2

La forme canonique de l'équation d'une parabole dont le sommet se trouve à l'origine et dont l'axe de symétrie est horizontal est  $x = ay^2$ . L'axe est l'axe des  $x$  et le sommet se trouve à  $(0, 0)$ .

Si  $a > 0$ , la parabole s'ouvre vers la droite (figure 3).

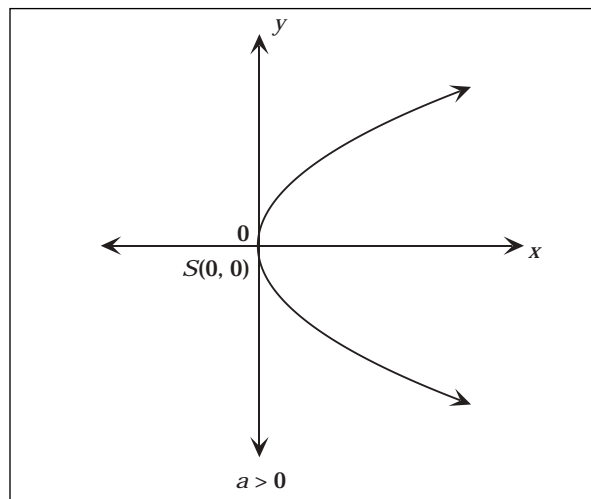


Figure 3

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Inscriptions au journal**

1. Explique pourquoi  $x = ay^2$  n'est pas une fonction. Comment peux-tu tracer le graphique de  $x = ay^2$  à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique?
2. Comment peux-tu déterminer dans quel sens une parabole s'ouvre en examinant son équation?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique d'une équation d'une parabole pour tracer et analyser son graphique (suite)**  
Si  $a < 0$ , la parabole s'ouvre vers la gauche (figure 4).

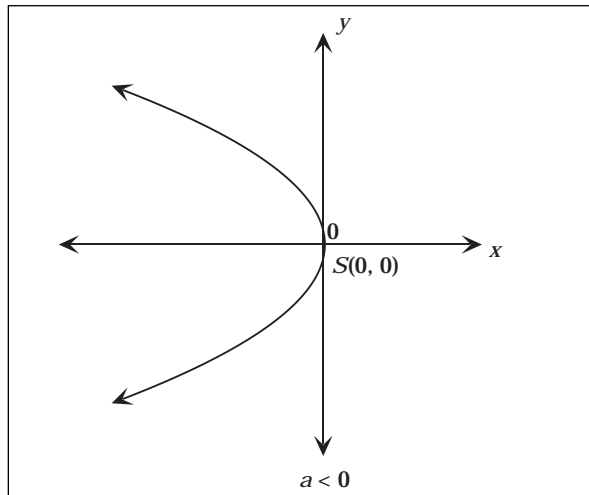


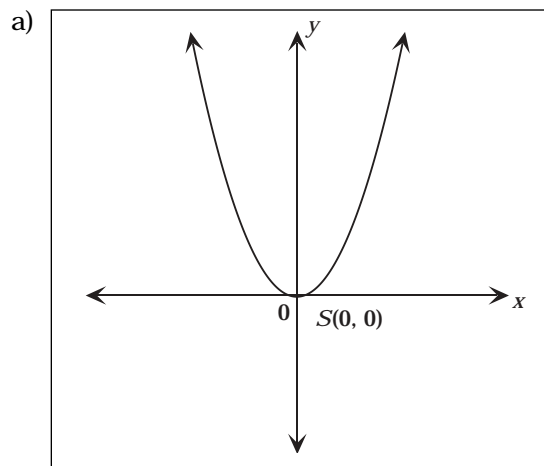
Figure 4

**Exemple 1**

Soit l'équation d'une conique sous sa forme canonique; trace son graphique.

- a)  $y = 4x^2$
- b)  $x = -4y^2$

*Solution*



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

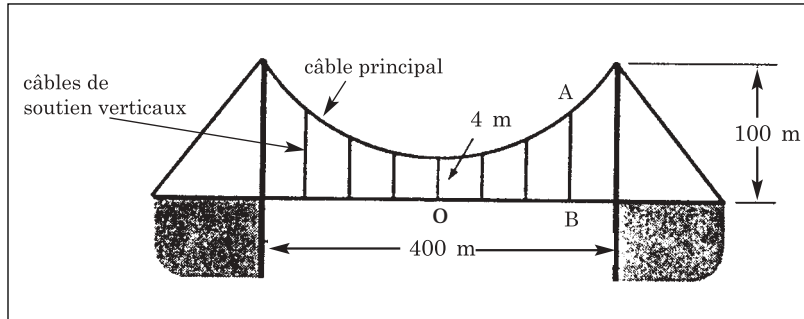
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**Problème**

Un pont de 400 m de long est soutenu par un câble principal de forme parabolique, dont l'équation est  $y = ax^2 + 4$ . Aux extrémités, le câble principal se trouve à 100 m au-dessus du pont et, au centre, il est à 4 mètres au-dessus du pont, comme l'illustre la figure. Sept câbles de soutien verticaux sont installés à des intervalles égaux tout le long du pont.



- Construis un système de coordonnées dont l'origine se trouve à 0 et dont l'axe des  $x$  représente le pont.
- Trouve la valeur de «  $a$  » dans l'équation  $y = ax^2 + 4$ .
- Quelle distance sépare chacun des câbles de soutien verticaux?
- Trouve la longueur du câble AB.
- Trouve la longueur totale des sept câbles de soutien verticaux.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

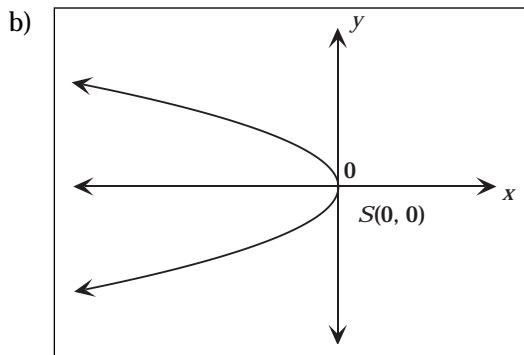
- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique d'une équation d'une parabole pour tracer et analyser son graphique (suite)

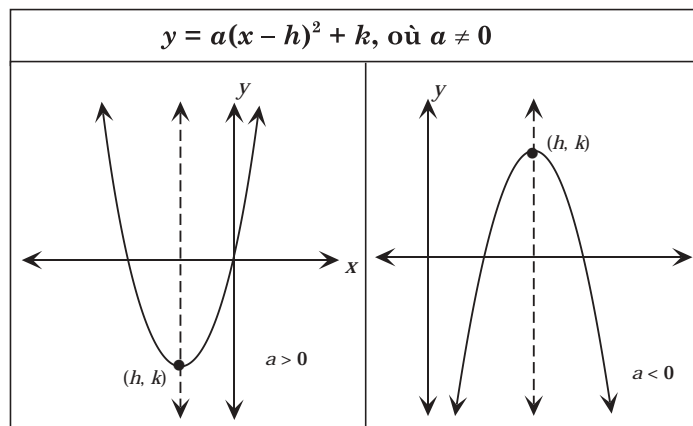
**Exemple 1 – suite**

*Solution – suite*



Les fonctions quadratiques de la forme  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , où  $a$  est un nombre réel quelconque sauf 0, et où  $(h, k)$  est le sommet, représentent une translation du graphique de  $y = ax^2$ .

L'équation quadratique  $y = a(x - h)^2 + k$  est la forme canonique d'une parabole dont l'axe de symétrie est vertical.



La forme canonique d'une parabole qui a un axe de symétrie **horizontal** est  $x = a(y - k)^2 + h$ .

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Problèmes**

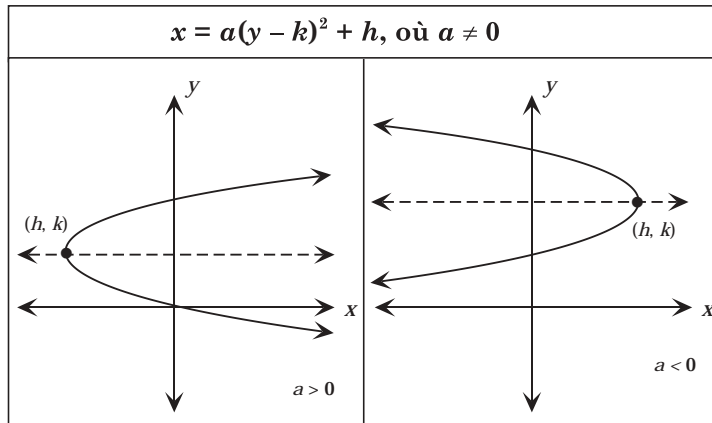
1. Écris l'équation de la parabole qui a toutes les caractéristiques suivantes : axe de symétrie = 2; sommet sur l'axe des  $y$ , passe par le point (1, 2).
2. Trouve l'aire du cercle d'équation  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la forme canonique d'une équation d'une parabole pour tracer et analyser son graphique (suite)

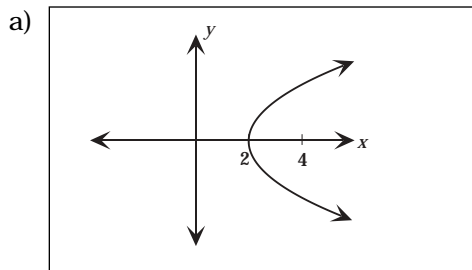


**Exemple 2**

Soit les paraboles suivantes sous leur forme canonique; trace et analyse leur graphique.

- a)  $y^2 = x - 2$   
 b)  $(x + 3)^2 = -2(y - 1)$

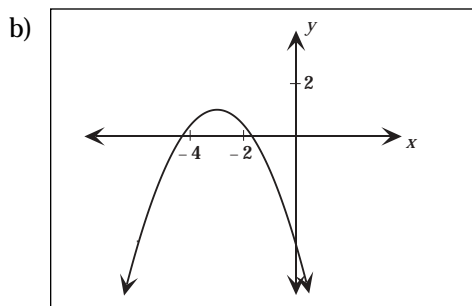
*Solution*



Sommet : (2, 0)

Domaine : [2, ∞[

Image : ]-∞, ∞[



Sommet : (-3, 1)

Domaine : ]-∞, ∞[

Image : ]-∞, 1]

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Problème**

Décris la première équation comme un cercle, une parabole, une ellipse ou une hyperbole. Ensuite, indique comment le graphique de la deuxième équation peut être obtenu à partir du graphique de la première.

a)  $x^2 = 8y$

b)  $(x - 3)^2 = 8(y + 4)$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS

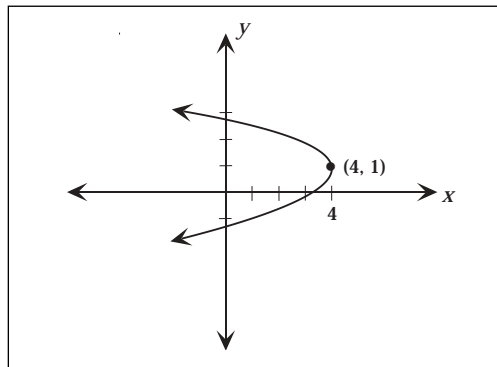
- F-3 tracer le graphique des sections coniques et l'analyser par rapport :
- au domaine et à l'image;
  - aux asymptotes, si elles existent;
  - le centre;
  - aux sommets;
  - aux axes de symétrie.
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser la forme canonique d'une équation d'une parabole pour tracer et analyser son graphique (suite)**

**Exemple 3**

Écris l'équation de la parabole illustrée dans la figure ci-dessous.



*Solution*

$$x = -(y - 1)^2 + 4$$

Communications	Résolution
✓ <b>Liens</b>	Raisonnement
Estimation et	✓ <b>Technologie</b>
Calcul Mental	✓ <b>Visualisation</b>

## STRATÉGIES D'ÉVALUATION

## NOTES

**Problème**

Décris la première relation comme un cercle, une parabole, une ellipse ou une hyperbole. Explique comment le graphique de la deuxième relation peut être obtenu à partir du graphique de la première.

a)  $x^2 = 16y$                        $(x - 3)^2 = 16(y + 2)$

b)  $\frac{x}{16} + \frac{y^2}{49} = 1$                        $\frac{(x + 3)^2}{16} + \frac{(y - 2)^2}{49} = 1$

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE  
PRESCRITS**

---

**STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES**