

H - Statistique et Probabilité

Résultats d'apprentissage généraux

- analyser les tendances, les régularités et les interrelations des données numériques d'un tableau
- prendre et analyser des décisions, en utilisant les gains et les pertes prévus basés sur des probabilités d'événements élémentaires.

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Dans la présente unité, Statistique et Probabilité, les élèves choisissent, justifient et appliquent des techniques d'échantillonnage qui donnent un échantillon non biaisé approprié à partir d'une population donnée.

Le sujet comprend examiner des techniques d'échantillonnage;

- ❖ défendre ou contredire des inférences et des généralisations au sujet des populations;
- ❖ établir un lien avec les probabilités utilisées pour calculer des pertes ou des gains prévus;
- ❖ prendre des décisions.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient envisager les pratiques d'enseignement suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de choisir, de justifier et de mettre en application des techniques d'échantillonnage;

- ❖ d'utiliser un générateur de nombres aléatoires dans leurs études;
- ❖ de trouver des exemples de généralisation fondés sur des données statistiques et les défendre ou les opposer;
- ❖ de jouer à des jeux afin d'accroître leur compréhension des pertes ou des gains prévus.

Matériel : ❖ calculatrices graphiques ou logiciels



Durée : 9 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION												
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>1. Décrire les données et leurs interrelations, oralement ou au moyen d'expressions algébriques dans un tableau dont les rangées ne sont pas récurrentes (calculées à partir de données précédentes). [C, L]</p>	<div data-bbox="510 277 642 358" data-label="Image"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 8, leçons 1, 2 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Décrire les données d'un tableau illustrant une situation non récurrente, oralement et au moyen d'expressions algébriques.</p> <p>1.</p> <table border="1" data-bbox="583 561 1115 651"> <thead> <tr> <th>Prix</th> <th>TPS</th> <th>TVP</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>120 \$</td> <td>8,40 \$</td> <td>12,84 \$</td> <td>141,24 \$</td> </tr> <tr> <td>275 \$</td> <td>19,25 \$</td> <td>29,43 \$</td> <td>323,68 \$</td> </tr> </tbody> </table> <p>a) Quel est le taux de la TPS ?</p> <p>Réponse : 7 %</p> <p>b) Quel pourrait être le taux de la TVP ?</p> <p>Réponse : 10,7 %</p> <p>c) Quelle pourrait être la règle de calcul de la TVP ?</p> <p>Réponse : Prix x TVP % = TVP</p> <p>d) Quelle est la TPS totale payée ?</p> <p>Réponse : 27,65 \$</p> <p>e) Quelle est la TVP totale payée ?</p> <p>Réponse : 42,27 \$</p>	Prix	TPS	TVP	Total	120 \$	8,40 \$	12,84 \$	141,24 \$	275 \$	19,25 \$	29,43 \$	323,68 \$	
Prix	TPS	TVP	Total											
120 \$	8,40 \$	12,84 \$	141,24 \$											
275 \$	19,25 \$	29,43 \$	323,68 \$											

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION																																																																						
	<p>2. Ligue nationale de hockey (LNH) – Conférence de l'Ouest : 1^{er} février 1996</p> <table border="1" data-bbox="554 337 1281 805"> <thead> <tr> <th></th> <th>G</th> <th>P</th> <th>N</th> <th>Points</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Détoit</td><td>35</td><td>9</td><td>4</td><td>74</td></tr> <tr><td>Colorado</td><td>26</td><td>14</td><td>9</td><td>61</td></tr> <tr><td>Chicago</td><td>25</td><td>15</td><td>11</td><td>61</td></tr> <tr><td>Toronto</td><td>22</td><td>19</td><td>9</td><td>53</td></tr> <tr><td>St. Louis</td><td>21</td><td>20</td><td>8</td><td>50</td></tr> <tr><td>Winnipeg</td><td>21</td><td>24</td><td>4</td><td>46</td></tr> <tr><td>Vancouver</td><td>17</td><td>20</td><td>12</td><td>46</td></tr> <tr><td>Los Angeles</td><td>17</td><td>22</td><td>11</td><td>45</td></tr> <tr><td>Calgary</td><td>18</td><td>23</td><td>9</td><td>45</td></tr> <tr><td>Edmonton</td><td>18</td><td>25</td><td>6</td><td>42</td></tr> <tr><td>Anaheim</td><td>17</td><td>27</td><td>5</td><td>39</td></tr> <tr><td>Dallas</td><td>14</td><td>24</td><td>10</td><td>38</td></tr> <tr><td>San Jose</td><td>11</td><td>35</td><td>4</td><td>26</td></tr> </tbody> </table> <p>Qu'arrive-t-il au classement de la LNH si chaque victoire vaut trois points et chaque match nul vaut un point?</p> <p>Solution :</p> <p>a) Points : 109, 87, 86, 75, 71, 67, 63, 62, 63, 60, 56, 52, 37.</p> <p>Winnipeg sera seul au 6^e rang; Calgary et Vancouver partagent le 7^e rang et Los Angeles sera maintenant au 9^e rang.</p> <p>Les autres équipes restent au même classement.</p> <p>b) Écrit une équation pour déterminer les points totaux pour une équipe.</p> <p>Solution : Points = 3 (Victoires) + 1 (Nul) P = 3V + N</p>		G	P	N	Points	Détoit	35	9	4	74	Colorado	26	14	9	61	Chicago	25	15	11	61	Toronto	22	19	9	53	St. Louis	21	20	8	50	Winnipeg	21	24	4	46	Vancouver	17	20	12	46	Los Angeles	17	22	11	45	Calgary	18	23	9	45	Edmonton	18	25	6	42	Anaheim	17	27	5	39	Dallas	14	24	10	38	San Jose	11	35	4	26	
	G	P	N	Points																																																																				
Détoit	35	9	4	74																																																																				
Colorado	26	14	9	61																																																																				
Chicago	25	15	11	61																																																																				
Toronto	22	19	9	53																																																																				
St. Louis	21	20	8	50																																																																				
Winnipeg	21	24	4	46																																																																				
Vancouver	17	20	12	46																																																																				
Los Angeles	17	22	11	45																																																																				
Calgary	18	23	9	45																																																																				
Edmonton	18	25	6	42																																																																				
Anaheim	17	27	5	39																																																																				
Dallas	14	24	10	38																																																																				
San Jose	11	35	4	26																																																																				

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION																																																																													
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>2. Décrire les données et leurs interrelations, oralement ou au moyen d'expressions algébriques dans un tableau dont les rangées sont récurrentes (calculées à partir de données précédentes). [C,L]</p>	<div data-bbox="516 272 648 350" data-label="Image"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 8, leçons 1, 2 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Décrire les données d'un tableau illustrant une situation récurrente, oralement et au moyen d'expressions algébriques.</p> <p>Le tableau suivant fournit des données sur le remboursement d'un prêt agricole de 100 000 \$. L'exploitant de la ferme fait un versement annuel après la récolte et il a le droit de faire un paiement supplémentaire si la récolte est bonne. Se servir du tableau pour répondre aux questions.</p> <table border="1" data-bbox="525 784 1310 1203"> <thead> <tr> <th>Année</th> <th>Solde d'ouverture</th> <th>Taux d'intérêts (%)</th> <th>Intérêt débité</th> <th>Paiement régulier</th> <th>Paiement supplémentaire</th> <th>Solde de clôture</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>100 000,00 \$</td><td>8</td><td>8 000,00 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>93 097,05 \$</td></tr> <tr><td>2</td><td>93 097,05 \$</td><td>8</td><td>7 447,76 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>85 641,87 \$</td></tr> <tr><td>3</td><td>85 641,87 \$</td><td>8</td><td>6 851,35 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>77 590,27 \$</td></tr> <tr><td>4</td><td>77 590,27 \$</td><td>8</td><td>6 207,22 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>68 894,54 \$</td></tr> <tr><td>5</td><td>68 894,54 \$</td><td>8</td><td>5 511,56 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>59 503,15 \$</td></tr> <tr><td>6</td><td>59 503,15 \$</td><td>8</td><td>4 760,25 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>49 360,46 \$</td></tr> <tr><td>7</td><td>49 360,46 \$</td><td>8</td><td>3 948,84 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>38 406,34 \$</td></tr> <tr><td>8</td><td>38 406,34 \$</td><td>8</td><td>3 072,51 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>26 575,90 \$</td></tr> <tr><td>9</td><td>26 575,90 \$</td><td>8</td><td>2 126,07 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>13 799,03 \$</td></tr> <tr><td>10</td><td>13 799,03 \$</td><td>8</td><td>1 103,92 \$</td><td>14 902,95 \$</td><td></td><td>0,00 \$</td></tr> </tbody> </table> <p>a) Quelle est la période de remboursement du prêt ? Réponse : 10 ans</p> <p>b) Quel est le montant du paiement annuel ? Réponse : 14 902,95 \$</p>	Année	Solde d'ouverture	Taux d'intérêts (%)	Intérêt débité	Paiement régulier	Paiement supplémentaire	Solde de clôture	1	100 000,00 \$	8	8 000,00 \$	14 902,95 \$		93 097,05 \$	2	93 097,05 \$	8	7 447,76 \$	14 902,95 \$		85 641,87 \$	3	85 641,87 \$	8	6 851,35 \$	14 902,95 \$		77 590,27 \$	4	77 590,27 \$	8	6 207,22 \$	14 902,95 \$		68 894,54 \$	5	68 894,54 \$	8	5 511,56 \$	14 902,95 \$		59 503,15 \$	6	59 503,15 \$	8	4 760,25 \$	14 902,95 \$		49 360,46 \$	7	49 360,46 \$	8	3 948,84 \$	14 902,95 \$		38 406,34 \$	8	38 406,34 \$	8	3 072,51 \$	14 902,95 \$		26 575,90 \$	9	26 575,90 \$	8	2 126,07 \$	14 902,95 \$		13 799,03 \$	10	13 799,03 \$	8	1 103,92 \$	14 902,95 \$		0,00 \$	
Année	Solde d'ouverture	Taux d'intérêts (%)	Intérêt débité	Paiement régulier	Paiement supplémentaire	Solde de clôture																																																																									
1	100 000,00 \$	8	8 000,00 \$	14 902,95 \$		93 097,05 \$																																																																									
2	93 097,05 \$	8	7 447,76 \$	14 902,95 \$		85 641,87 \$																																																																									
3	85 641,87 \$	8	6 851,35 \$	14 902,95 \$		77 590,27 \$																																																																									
4	77 590,27 \$	8	6 207,22 \$	14 902,95 \$		68 894,54 \$																																																																									
5	68 894,54 \$	8	5 511,56 \$	14 902,95 \$		59 503,15 \$																																																																									
6	59 503,15 \$	8	4 760,25 \$	14 902,95 \$		49 360,46 \$																																																																									
7	49 360,46 \$	8	3 948,84 \$	14 902,95 \$		38 406,34 \$																																																																									
8	38 406,34 \$	8	3 072,51 \$	14 902,95 \$		26 575,90 \$																																																																									
9	26 575,90 \$	8	2 126,07 \$	14 902,95 \$		13 799,03 \$																																																																									
10	13 799,03 \$	8	1 103,92 \$	14 902,95 \$		0,00 \$																																																																									

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>c) Quelle partie du paiement annuel, à la fin de la cinquième année, a été déduite du principal ? Montrer deux façons de trouver la réponse. Réponse : $14\,902,95 \\$ - 5\,511,56 \\$ = 9\,391,39 \\$</p> <p>d) Composer une expression algébrique pour trouver la réponse demandée en c). Réponse : Montant = Paiement régulier – Intérêt $M = P - I$</p> <p>e) Si le taux d'intérêts passait à 11 % pendant la 10^e année, combien l'exploitant devrait-il à la fin de cette année-là ? Réponse : Intérêts = $13\,799,03 \times 0,11$ $= 1\,517,89$ L'exploitant devra : $13\,799,03 + 1\,517,89 - 14\,902,25 = 413,27 \\$</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>3. Choisir, justifier et appliquer des techniques d'échantillonnage conduisant à un échantillon approprié, non biaisé, d'une population donnée. [C,RP,R]</p>	<div style="display: flex; align-items: center;">   <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 8, leçon 2 </div> <ul style="list-style-type: none"> • Faire la distinction entre un échantillon et une population <p>Une population est un ensemble complet d'individus ou d'objets visés par une enquête. Un sous-ensemble de la population est un échantillon et le nombre d'objets est la taille de l'échantillon. Le processus de sélection d'un échantillon qui est représentatif de toute la population s'appelle un échantillonnage. La théorie de l'échantillonnage est la branche de la statistique qui traite des questions qui sont soulevées lorsqu'un échantillon est prélevé.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Définir biais et non-biais <p>Un échantillon est biaisé lorsqu'il ne représente pas véritablement les caractéristiques de la population.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tenir compte des questions afin d'assurer un échantillon non biaisé 	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 20px;"> <p>PROJET</p> </div> <p>Les responsables de la cafétéria d'une école veulent présenter un nouveau dessert. Décris comment ils pourraient mener une enquête pour décider lequel des trois desserts envisagés ils devraient choisir.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-top: 20px;"> <p>TRAVAIL PRATIQUE</p> </div> <p>8. a) Prénez un échantillon aléatoire simple dans votre classe en donnant à chaque étudiant un numéro allant de 1 jusqu'au nombre d'étudiants qu'il y a dans votre classe. À l'aide de votre calculatrice, produisez cinq nombres entiers différents entre 1 et le nombre de personnes qu'il y a dans la classe. Les personnes qui ont ces nombres entiers constituent l'échantillon.</p> <p>b) Prenez plusieurs échantillons comme celui-ci et discutez des résultats.</p> <p>c) Supposez qu'il y a 30 étudiants, dont 12 sont des filles. Serait-il inhabituel qu'un échantillon soit formé de toutes les filles? de tous les garçons? de plus de filles que de garçons?</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Les questions qui pourraient être soulevées avant l'échantillonnage sont les suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comment devrait-on choisir l'échantillon? - Quelle devrait-être la taille de l'échantillon? - Dans quelle mesure est-ce que les conclusions tirées de l'échantillon sont fiables? <p>Les réponses à ces questions dépendent souvent des circonstances qui prévalaient au moment du prélèvement de l'échantillon, des ressources disponibles pour faire l'échantillonnage et des résultats souhaités de l'échantillonnage.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Définir l'échantillonnage probabiliste <p>Dans l'échantillonnage probabiliste les méthodes pour choisir un échantillon se fondent sur un processus aléatoire. On a souvent recours aux techniques d'échantillonnage au hasard afin d'éviter de produire un échantillon qui soit biaisé, c'est-à-dire que l'échantillon et la population totale pourraient comporter des caractéristiques importantes différentes. En choisissant un échantillon non biaisé, vous pouvez établir une prédiction au sujet de toute la population. Les enquêtes et les sondages déterminent les opinions d'un sous-ensemble d'une population et se servent de ces renseignements pour estimer les opinions de tout le groupe.</p> <p>Exemple</p> <p>Le gérant d'un magasin de vêtements pour jeunes aimerait connaître le type de pantalon le plus populaire auprès des jeunes de 17 et de 18 ans de sorte qu'il procède à un sondage auprès des étudiants assistant à un rodéo. Est-ce que l'échantillon sera biaisé?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 2. Pour prédire un gagnant lors d'une élection fédérale, un magazine a compilé une liste d'environ 200 000 noms à partir de sources telles des annuaires, des listes de propriétaires d'automobiles, des listes de membres d'associations, ainsi que des listes de la circonscription. Le magazine a fait parvenir par la poste à chaque personne sur la liste un questionnaire et 4 000 personnes y ont répondu. Les 4 000 réponses ont formé l'échantillon. Discutez des sources possibles de biais. 3. Suppose que tu vis dans une petite ville où il n'y a que cinq restaurants. On vous demande d'établir quel restaurant est le plus populaire. <ol style="list-style-type: none"> a) Si tu recueillais les informations au moyen d'une enquête, décris comment tu constituerais un échantillon qui ne serait pas biaisé.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Solution :</p> <p>Un tel échantillon est biaisé étant donné que les jeunes de 17 et 18 ans qui assistent à un rodéo pourraient ne pas aimer le même style de pantalon que tous les jeunes de 17 et 18 ans dans la population.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Types d'échantillonnage probabiliste <ul style="list-style-type: none"> - Échantillonnage aléatoire simple - Échantillonnage aléatoire stratifié - Échantillonnage par capture et recapture - Échantillonnage aléatoire simple <p>Il s'agit d'une méthode en vertu de laquelle chaque sujet de la population a une probabilité égale d'être choisi pour l'échantillon. Par conséquent, la sélection d'un sujet donné n'a aucune incidence sur les chances d'un autre sujet.</p> <p>Exemples:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Toute méthode liée au hasard telle une pièce de monnaie ou le tirage au sort. - Écrire le nom de chaque élément d'une liste sur des morceaux de papier distincts, les mettre dans un chapeau et procéder au tirage. - Attribuer à chaque sujet un numéro. Mettre les numéros dans une boîte et procéder au tirage des numéros nécessaires pour l'échantillon. Faire correspondre le numéro attribué au sujet. - Prendre un jeu de cartes (52). Enlever des cartes de façon à ce que le reste du paquet corresponde à la population. Remettre une carte à chaque membre. Recueillir les cartes, les brasser puis choisir le nombre. 	<p>b) Décris deux échantillons qui seraient biaisés et explique en quoi le biais consisterait dans chaque cas.</p> <p>c) Propose une façon de savoir quel restaurant est le plus populaire, sans demander l'opinion de la population.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>– Utiliser une table de nombres aléatoires ou un générateur de nombres aléatoires tel un ordinateur ou une calculatrice à graphiques afin de produire des nombres aléatoires.</p> <p>b) Échantillonnage aléatoire stratifié</p> <p>Toute la population est répartie en groupes que l'on appelle des strates. Les groupes sont choisis parce que les individus particuliers dans chaque strate ont quelques caractéristiques en commun. Par exemple, vous pourriez avoir deux strates (hommes et femmes) et quatre strates (personnes âgées 1, personnes âgées 2, personnes âgées 3 et personnes âgées 4). La seule exigence pour choisir des strates est que vous sachiez le pourcentage de chaque strate dans la population. On prend alors un échantillon aléatoire simple d'une strate et on combine les résultats.</p> <p>c) Échantillonnage par capture et recapture</p> <p>Cette méthode d'échantillonnage est utilisée en recherche statistique dans le cas de la faune. Supposez que vous ayez besoin d'évaluer le nombre d'élans dans le parc national du Mont-Riding. En vertu de la méthode par capture et recapture, on capture un nombre d'élans par échantillon aléatoire, on les étiquette et on les libère. Plus tard, un autre échantillon aléatoire est prélevé. Le ratio d'élans capturés portant des étiquettes par rapport au nombre total d'élans capturés vous permet d'estimer le nombre total d'élans.</p> <p>Exemple :</p> <p>Supposez qu'un échantillon aléatoire de 500 élans soit capturé et étiqueté. Deux semaines plus tard, un échantillon aléatoire de 84 élans regroupe 12 élans avec des étiquettes. Estimez le nombre d'élans dans le parc.</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Solution :</p> <p>La méthode par capture et recapture suppose que la fraction d'élans avec des étiquettes dans le deuxième échantillon est égale à la fraction d'élans étiquetés dans toute la population.</p> $\frac{\text{Élans étiquetés dans le deuxième échantillon}}{\text{Élans dans le deuxième échantillon}} = \frac{\text{élans étiquetés dans la population}}{\text{population}}$ $\frac{12}{84} = \frac{500}{x}$ $x = 3\,500 \text{ élans}$ <p>La population estimée est donc de 3 500 élans. (sous l'hypothèse d'uniformité)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Définir un échantillonnage non probabiliste Un échantillonnage non probabiliste suppose la sélection d'un échantillon dans un processus non aléatoire. Types d'échantillonnage non probabiliste : <ul style="list-style-type: none"> a) Échantillonnage de commodité Un inspecteur du contrôle de la qualité inspecte les poires qui se trouvent sur le dessus de plusieurs caisses afin de déterminer le pourcentage de poires qui sont meurtries. En réalité, ce sont les poires près du fond de la caisse qui sont le plus susceptible d'être meurtries. Il est plus commode de prendre un échantillon sur le dessus que dans le fond de la caisse. b) Échantillonnage raisonné Une personne choisit un échantillon représentatif en se fondant sur son propre jugement subjectif. Il n'y a pas deux personnes qui seront d'accord sur ce qui est vraiment représentatif. c) Échantillonnage par questionnaire Cet échantillonnage se fait à l'aide d'entrevues personnelles, de sondages téléphoniques ou par l'envoi de formulaires par la poste. Cet échantillonnage dépend des réponses volontaires. 	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Quelques problèmes rencontrés :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Seules les personnes qui se sentent très concernées par un sondage répondront. - La formulation des questions peut avoir une incidence sur les résultats. Des personnes peuvent ne pas comprendre la formulation. Prenez par exemple les énoncés suivants : <ul style="list-style-type: none"> i) Il est préférable d'acheter la marque la moins chère. ii) Il est préférable d'acheter la marque bon marché. <p>Certaines personnes peuvent être d'accord avec l'énoncé a) mais ne pas être d'accord avec l'énoncé b) parce que «bon marché» peut également signifier «de la moins bonne qualité».</p> <p>Exemple :</p> <p>Une entreprise de pâte dentifrice indique dans sa publicité que trois dentistes sur quatre préfèrent son produit. Analysez l'intégralité et l'exactitude de cet énoncé pour ce qui est de la population, de l'échantillon, de la technique d'échantillonnage possible et du biais.</p> <p>Solution :</p> <p>Si «trois dentistes sur quatre» signifie que 75 % de tous les dentistes préfèrent le produit, c'est probablement un pourcentage extrêmement fort. Cependant, si dans le cadre du sondage on n'a posé la question qu'à quatre dentistes, l'échantillon est trop petit. Rien n'indique que l'échantillonnage s'est fait de façon aléatoire. Peut-être que les quatre personnes interviewées travaillent pour le fabricant de pâte dentifrice - un échantillon extrêmement biaisé produisant des résultats favorables pour l'entreprise.</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>4. Justifier ou contredire les inférences et les généralisations faites au sujet de la population, en se basant sur les données provenant d'échantillons [C,PR,R]</p>	<div data-bbox="499 272 632 347" data-label="Image"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 8, leçon 2 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Analyser les inférences faites sur les populations à partir de données d'échantillons</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dépouiller divers ouvrages et revues pour trouver des exemples de généralisations que l'on a faites sur des populations, en se fondant sur des données recueillies au moyen d'échantillons. Es-tu d'accord ou non avec les généralisations ? Dire pourquoi. 	<div data-bbox="1367 383 1984 456" data-label="Section-Header" style="border: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;"> <p>TRAVAIL PRATIQUE</p> </div> <p>Pour savoir si les consommateurs préfèrent aller dans un magasin de vêtements, dans une boutique d'électronique, ou dans un restaurant pour dépenser 50 \$, on a mené une enquête un samedi matin, au centre d'achat; 59 % des personnes interrogées ont dit préférer aller acheter des vêtements, 32 %, se rendre dans la boutique d'électronique, et 9 %, aller au restaurant. Quelles généralisations peut-on formuler sur la foi de ces résultats? L'échantillon représente-t-il bien la population visée par l'enquête? Propose une meilleure méthode d'échantillon pour obtenir les informations voulues, et fournis des détails sur les questionnaires utilisés et sur la méthode de constitution de l'échantillon.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>5. Faire le lien entre les probabilités et le gain ou la perte prévu. [L, RP, R, V]</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer l'espérance mathématique <p>Si p est la probabilité pour qu'une personne gagne une certaine somme de monnaie (s), on définit l'espérance mathématique ou plus simplement l'espérance de (s) par ps.</p> <p>Exemple 1 :</p> <p>Si on lance une pièce de monnaie et que la pièce s'immobilise sur pile on gagne 8 \$. Quelle est l'espérance mathématique correspondante?</p> <p>Solution :</p> <p>La probabilité de pile est $\frac{1}{2}$,</p> <p>donc l'espérance mathématique = probabilité \times montant à gagner.</p> $= \frac{1}{2} \cdot 8 \$$ $= 4 \$$	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 10px;">TRAVAIL PRATIQUE</div> <p>1. La culture des raisins pour la production de Eiswein exige la récolte des raisins aussi tard que possible en octobre. À mesure que les journées s'écoulent, leur valeur augmente ainsi que le risque de perte dû au gel. La valeur du jus le 1 octobre est de 2,00 \$/L et sa valeur augmente de 0,15 \$/L par jour. La probabilité de gel qui endommagerait le jus est de 0,03 pour n'importe quel jour en octobre. Après une gelée, la valeur du jus tombe à 1,50 \$/L. Trouve le jour où le risque de gel dépasse le gain réussi en attendant une maturation supérieure.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION												
	<p>Exemple 2 :</p> <p>Dans un sac, 3 billes bleues, une rouge et six vertes. On tire une bille au hasard. Si la bille est verte, on gagne 5 \$ mais si elle est rouge on gagne 40 \$. Si elle est bleue on ne gagne rien. Déterminer l'espérance mathématique du gain.</p> <p>Solution :</p> <p>Espérance mathématique du gain</p> $= \underbrace{\frac{6}{10} \cdot 5\$}_{\text{verte}} + \underbrace{\frac{1}{10} \cdot 40\$}_{\text{rouge}} + \underbrace{\frac{3}{10} \cdot 0\$}_{\text{bleue}}$ $= 3\$ + 4\$ + 0\$$ $= 7\$$ <ul style="list-style-type: none"> • Calculer la valeur espérée (gain ou perte) <p>Une espérance mathématique peut être un gain ou une perte. Pour calculer la valeur espérée, on multiplie chaque gain ou perte par sa probabilité correspondante puis on additionne les produits.</p> <p>Si dans une situation on a n événements différents avec différentes probabilités et différents gains/pertes, alors la valeur espérée est</p> <table border="1" data-bbox="508 1047 1327 1347"> <thead> <tr> <th>probabilité de gain/perte (x_i)</th> <th>gain/perte</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$p(x_1)$</td> <td>x_1</td> </tr> <tr> <td>$p(x_2)$</td> <td>x_2</td> </tr> <tr> <td>$p(x_3)$</td> <td>x_3</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>$p(x_n)$</td> <td>x_n</td> </tr> </tbody> </table>	probabilité de gain/perte (x_i)	gain/perte	$p(x_1)$	x_1	$p(x_2)$	x_2	$p(x_3)$	x_3	$p(x_n)$	x_n	<p>2. Sherelyne subit un examen de 100 questions à choix multiples. Pour chaque question, il y a quatre choix possibles. Elle connaît 68 réponses et répond aléatoirement aux 32 autres questions. Calculer la valeur espérée de bonnes réponses.</p>
probabilité de gain/perte (x_i)	gain/perte													
$p(x_1)$	x_1													
$p(x_2)$	x_2													
$p(x_3)$	x_3													
...	...													
$p(x_n)$	x_n													

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>calculée à partir de la somme suivante :</p> <p>valeur espérée = $x_1p(x_1) + x_2p(x_2) + x_3p(x_3) + \dots + x_np(x_n)$</p> $= \sum_{i=1}^n x_i p_i$ <p>Note : si p est la probabilité du gain, alors $(1 - p)$ est la probabilité de ne pas gagner.</p> <p>Exemple 3</p> <p>Dans un casino on vous propose le jeu suivant :</p> <p>Vous lancez une paire de dés non truqués à six faces numérotées de 1 à 6.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Si la somme des chiffres indiqués par les deux dés est différent de sept, vous gagnez un montant en \$ égale à la somme indiquée par les dés. - Si la somme des chiffres indiqués par les deux dés est sept, vous perdez 40 \$. <p>a) Déterminer la valeur espérée du gain.</p> <p>b) À long terme (100 lancers de la paire de dés par exemple), êtes-vous gagnant? Justifier.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;">INSCRIPTION AU JOURNAL</div> <ol style="list-style-type: none"> 1. Deux personnes jouent à un jeu « équitable ». Quelle est la valeur prévue pour chaque joueur? Pourquoi dit-on que le jeu est « équitable » ? 2. Quelques personnes dépensent beaucoup d'argent dans des appareils de loterie vidéo. Suppose que tu te rends compte que la machine avec laquelle tu joues paye après 8 000 \$ et qu'une personne devrait gagner 0,01 % du temps. Chaque jeu coûte 1 \$. Devrais-tu jouer? Est-ce que le jeu est équitable?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION																																																
	<p>Solution :</p> <p>Les élèves peuvent entrer les données et effectuer les calculs à l'aide d'un tableur.</p> <table border="1" data-bbox="508 448 1339 875"> <thead> <tr> <th>Somme des deux dés</th> <th>Gain/perte en \$ xi</th> <th>Probabilité pi</th> <th>(Gain/perte) x probabilité</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>2</td><td>1/36</td><td>2/36</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>2/36</td><td>6/36</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>3/36</td><td>12/36</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>4/36</td><td>20/36</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>5/36</td><td>30/36</td></tr> <tr><td>7</td><td>-40</td><td>6/36</td><td>-240/36</td></tr> <tr><td>8</td><td>8</td><td>5/36</td><td>40/36</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td><td>4/36</td><td>36/36</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>3/36</td><td>30/36</td></tr> <tr><td>11</td><td>11</td><td>2/36</td><td>22/36</td></tr> <tr><td>12</td><td>12</td><td>1/36</td><td>12/36</td></tr> </tbody> </table> <p>a) Gain espéré</p> $= \sum x_i p_i \quad (\text{somme des gains / pertes} \times \text{les probabilités correspondantes})$ $= \frac{2}{36} + \frac{6}{36} + \frac{12}{36} + \frac{20}{36} + \frac{30}{36} + \dots$ $= \frac{210}{36} - \frac{240}{36} = -\frac{30}{36} = -0,83 \$$ <p>b) à long terme (100 fois par exemple) on peut perdre :</p> $-0,83 \$ \times 100 = -83 \$.$	Somme des deux dés	Gain/perte en \$ xi	Probabilité pi	(Gain/perte) x probabilité	2	2	1/36	2/36	3	3	2/36	6/36	4	4	3/36	12/36	5	5	4/36	20/36	6	6	5/36	30/36	7	-40	6/36	-240/36	8	8	5/36	40/36	9	9	4/36	36/36	10	10	3/36	30/36	11	11	2/36	22/36	12	12	1/36	12/36	
Somme des deux dés	Gain/perte en \$ xi	Probabilité pi	(Gain/perte) x probabilité																																															
2	2	1/36	2/36																																															
3	3	2/36	6/36																																															
4	4	3/36	12/36																																															
5	5	4/36	20/36																																															
6	6	5/36	30/36																																															
7	-40	6/36	-240/36																																															
8	8	5/36	40/36																																															
9	9	4/36	36/36																																															
10	10	3/36	30/36																																															
11	11	2/36	22/36																																															
12	12	1/36	12/36																																															

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION												
	<p>Exemple 4 :</p> <p>Un homme d'affaires prépare une soumission pour obtenir un contrat d'informatique de 12 000 \$. Cette personne estime qu'il lui en coûterait 1 500 \$ pour préparer sa soumission et que la probabilité d'obtenir le contrat est évaluée à 0,20. Quel est le gain prévu?</p> <p>Solution :</p> <table border="1" data-bbox="506 508 1318 824"> <thead> <tr> <th>Événement</th> <th>Probabilité</th> <th>Gain/perte</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Recevoir le contrat</td> <td>0,2</td> <td>12 000 – 1 500 = 10 500</td> </tr> <tr> <td>Ne pas recevoir le contrat</td> <td>1 – 0,2 = 0,8</td> <td>0 – 1 500 = – 1 500 \$</td> </tr> <tr> <td>Valeur espérée</td> <td colspan="2"> $= 0,2 (10\ 500) + 0,8(-1\ 500)$ $= 2\ 100 - 1\ 200$ $= 900\ \\$ </td> </tr> </tbody> </table> <p>Note : la compagnie qui mérite le contrat recevra 900 \$. Si l'homme d'affaires fait seulement cette soumission, il aura soit un gain de 10 500 \$ ou soit une perte de 1 500 \$. Si la compagnie fait plusieurs soumissions, le gain espéré est de 900 \$ par contrat.</p> <p>Exemple 5 :</p> <p>Mavis paie 1 \$ pour tirer au hasard un canard d'un étang. Si le canard a une étiquette rouge dessous, elle gagnera 10 \$. L'espérance mathématique est une perte de 0,50 \$. Quelle est la probabilité de tirer au hasard le canard gagnant? (Indice : Si "p" est la probabilité de gagner, alors 1 – p est la probabilité de perdre.)</p>	Événement	Probabilité	Gain/perte	Recevoir le contrat	0,2	12 000 – 1 500 = 10 500	Ne pas recevoir le contrat	1 – 0,2 = 0,8	0 – 1 500 = – 1 500 \$	Valeur espérée	$= 0,2 (10\ 500) + 0,8(-1\ 500)$ $= 2\ 100 - 1\ 200$ $= 900\ \$$		<div data-bbox="1367 363 1982 435" style="border: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">TRAVAIL PRATIQUE</div> <p>1. Jean a payé 5 \$ pour lancer une paire de dés. Il remporte la somme des nombres apparaissant à la surface des dés, à moins qu'un des dés n'indique 6; alors, il ne gagne rien.</p> <p>Est-ce que ce jeu est équitable?</p> <p>Quelle différence y aurait-il si on remplaçait le 6 par un 1?</p> <p>Justifie tes réponses en analysant l'espace d'échantillon pour ce jeu de dés.</p>
Événement	Probabilité	Gain/perte												
Recevoir le contrat	0,2	12 000 – 1 500 = 10 500												
Ne pas recevoir le contrat	1 – 0,2 = 0,8	0 – 1 500 = – 1 500 \$												
Valeur espérée	$= 0,2 (10\ 500) + 0,8(-1\ 500)$ $= 2\ 100 - 1\ 200$ $= 900\ \$$													

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION												
	<p>Solution :</p> <table border="1" data-bbox="514 305 1339 743"> <thead> <tr> <th>Événement</th> <th>Probabilité</th> <th>Gain/perte</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Choisir un canard à étiquette rouge</td> <td>x</td> <td>$10 - 1 = 9 \\$</td> </tr> <tr> <td>ne pas choisir un canard à étiquette rouge</td> <td>$1 - x$</td> <td>$0 - 1 = -1$</td> </tr> <tr> <td>valeur espérée :</td> <td colspan="2"> $x \cdot 9 + (1 - x)(-1 \\$) = -0,5 \\$ $9x - 1 + x = -0,5$ $10x = 0,5$ $x = \frac{0,5}{10} = \frac{1}{20}$ </td> </tr> </tbody> </table> <p>Donc la probabilité de choisir un canard gagnant est $\frac{1}{20}$.</p>	Événement	Probabilité	Gain/perte	Choisir un canard à étiquette rouge	x	$10 - 1 = 9 \$$	ne pas choisir un canard à étiquette rouge	$1 - x$	$0 - 1 = -1$	valeur espérée :	$x \cdot 9 + (1 - x)(-1 \$) = -0,5 \$$ $9x - 1 + x = -0,5$ $10x = 0,5$ $x = \frac{0,5}{10} = \frac{1}{20}$		<p>2. Dave et Tony jouent à pile ou face avec deux pièces de monnaie. Dave remporte un point si les deux pièces indiquent pile ou indiquent face. Tony remporte un point si une pièce donne pile et l'autre donne face. Après 100 lancers, quels devraient être les scores prévus des joueurs? S'agit-il d'un jeu équitable?</p>
Événement	Probabilité	Gain/perte												
Choisir un canard à étiquette rouge	x	$10 - 1 = 9 \$$												
ne pas choisir un canard à étiquette rouge	$1 - x$	$0 - 1 = -1$												
valeur espérée :	$x \cdot 9 + (1 - x)(-1 \$) = -0,5 \$$ $9x - 1 + x = -0,5$ $10x = 0,5$ $x = \frac{0,5}{10} = \frac{1}{20}$													