

D - Exposants et radicaux

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **expliquer et illustrer la structure et les interrelations des ensembles de nombres dans le système des nombres réels**
- **utiliser des valeurs exactes, des opérations de base et des opérations algébriques sur les nombres réels pour résoudre des problèmes**

La deuxième unité en algèbre est celle des exposants et des radicaux. Dans la présente unité, on s'attend à ce que les élèves appliquent des connaissances acquises antérieurement dans la partie Puissances et exposants du cours Mathématiques - Secondaire 1.

Ce sujet comprend classer des nombres réels comme étant des nombres naturels, entiers, relatifs, rationnels ou irrationnels;

- ❖ utiliser des valeurs approximatives ou exactes de nombres irrationnels;
- ❖ utiliser les lois exponentielles avec des exposants rationnels;
- ❖ exécuter des opérations sur des nombres irrationnels monomiaux et binomiaux qui donnent des approximations exactes ou décimales.

Pratiques d'enseignement

Dans le but de tenir compte des différents styles d'apprentissage, les enseignants devraient envisager diverses pratiques d'enseignement et stratégies de résolution de problèmes, notamment donner une perspective historique de la mise au point des divers systèmes de numération;

- ❖ inciter les élèves à décrire tant de vive voix que par écrit les aptitudes ou les processus qu'ils utilisent;
- ❖ s'assurer que les élèves savent à quel moment une réponse exacte est appropriée et à quel moment on peut approximer une réponse;
- ❖ s'attendre à ce que les élèves appliquent plus d'une loi exponentielle à la fois;
- ❖ s'attendre à ce que les élèves simplifient les radicaux à leur forme exacte la plus simple;
- ❖ inciter les élèves à recourir au calcul mental pour résoudre des problèmes et n'inclure que les étapes écrites qui leur sont nécessaires.

Matériel : calculatrices


Durée : 13 heures


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>1. Classifier en nombres naturels, entiers, entiers positifs, nombres rationnels et irrationnels, et montrer que ces ensembles sont inclus dans le système des nombres réels. [C,R,V]</p>	<div data-bbox="514 277 648 354" data-label="Image"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 2 , leçon 1 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <ul style="list-style-type: none"> • Apprendre la notion appropriée pour les différents ensembles de nombres. <p>Ce thème se prête à un examen historique des mathématiques; pouvoir comprendre le rôle de ces dernières et des diverses disciplines où elles sont employées : sciences physiques, sciences de la vie, sciences sociales et sciences humaines. Les nombres ont été inventés par l'être humain; ce ne sont pas des symboles qu'il a découverts.</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Les nombres réels sont ainsi appelés parce qu'ils servent à faire des actions concrètes (mesurer, compter, etc.). Les nombres réels peuvent tous être situés sur une échelle des nombres. Les nombres définis dans</p> <div style="text-align: center;"> <pre> graph TD R["Nombres réels R 3, -2, 4, √14, Sont des points sur l'échelle des nombres, qui peuvent être représentés par des décimales"] Q["Nombres rationnels Q 2/3, -2/3, 1,36, -5, √16, 0,333. Tout nombre écrit sous la forme d'un rapport a/b de deux entiers a, b, b ≠ 0"] QI["Nombres irrationnels Q' √5, √[3]{2}, Tout nombre ne pouvant être exprimé sous la forme a/b, où a et b sont des entiers et b ≠ 0 (par ex., décimales ne se terminant pas, ou ne se répétant pas)."] Z["Entiers Z [...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...] Nombres entiers naturels et leurs opposés."] F["Nombres fractionnaires 2/3, 3/7, -2,6 Fractions et nombres décimaux avec terminaison ou répétitifs."] ZP["Entiers positifs Z [0, 1, 2, 3, ...]"] ZN["Entiers négatifs Z [... -3, -2, -1, 0]"] N["Nombres naturels N [0, 1, 2, 3, ...] Entiers positifs ou nombres de décompte"] R --- Q R --- QI Q --- Z Q --- F Z --- ZP Z --- ZN ZP --- N </pre> </div>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Une discussion peut aussi avoir lieu sur le rôle important des symboles dans l'étude des mathématiques. L'utilisation incorrecte des symboles et de la langue risque d'aboutir à l'utilisation incorrecte des mathématiques. Employer des symboles pour représenter des ensembles de nombres.</p> <p> $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ $Z^+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ Ensemble des nombres naturels Ensemble des nombres entiers positifs </p> <p> $Z = \{\dots-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid (a, b) \in Z, b \neq 0 \right\}$ Ensemble des entiers Ensemble des nombres rationnels </p> <p> Q' = Ensemble des nombres irrationnels ex.: $\sqrt{2}$, π, e... </p> <p> R = Q \cup Q' Ensemble des nombres réels. </p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<ul style="list-style-type: none"> • Classifier les nombres et choisir le symbole approprié des ensembles. <p>Exemples :</p> <p>1. Placer chacun des nombre donnés ci-après dans l'espace approprié :</p> <p>a) $\frac{2}{3}$ b) 5 c) $\sqrt{2}$</p> <p>d) -6 e) 0 f) π</p> <p>g) $\frac{-1}{2}$ h) $\sqrt{10}$ i) 1,121112...</p> <p>j) $-\sqrt{\frac{1}{3}}$</p> <p>2. Explique la différence qu'il y a entre les nombres rationnels et les nombres irrationnels.</p> <p>3. Explique pourquoi le nombre 1,112111211112... est irrationnel.</p>	<div data-bbox="1369 354 2018 423" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">INSCRIPTION AU JOURNAL</div> <p>Montre qu'un nombre réel donné, par exemple est rationnel ou irrationnel.</p> <div data-bbox="1436 561 1902 889" style="text-align: center;"> <p style="text-align: right; margin-right: 10px;">R</p> </div> <p>R = ensemble des nombres réels Q' = ensemble des nombres irrationnels Q = ensemble des nombres rationnels Z = ensemble des entiers Z⁺ = ensemble des nombres entiers positifs N = ensemble des nombres naturels</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>2. Utiliser des représentations approximatives des nombres irrationnels. [R,T]</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 2, leçon 1 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Savoir quand donner la réponse exacte et quand donner la réponse approximative.</p> <p>Exemples :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliser une calculatrice pour trouver une valeur approximative de $\sqrt{8}$ à quatre décimales près. Faire de même pour $2\sqrt{2}$ et expliquer les résultats. Répéter l'exercice pour $2\sqrt{8}$. 2. Comparer les résultats obtenus en utilisant des valeurs approximatives différentes de $\sqrt{2}$ dans des calculs. <ol style="list-style-type: none"> a) calculer $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$, comme étant $1,4 \times 1,4$; b) calculer $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$, comme étant $1,41 \times 1,41$. 	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>3. Expliquer les lois des exposants et les appliquer à des nombres et à des variables avec des exposants rationnels. [C,E]</p>	<div data-bbox="499 267 634 349" style="display: inline-block; vertical-align: top;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 1, leçon 4 et Module 2, leçons 1, 2, 3, 4 • Le succès à la portée de tous les apprenants : manuel concernant l'enseignement différentiel. <p>Vient ci-après une liste des propriétés des exposants que nous avons étudiés au Secondaire I.</p> <p>Note : Voir Le succès à la portée de tous les apprenants : Manuel concernant l'enseignement différentiel, p. 6.20 pour les stratégies de rappel des connaissances antérieures.</p> <p>Soit a et b des nombres réels, et m et n, des entiers :</p> <ul style="list-style-type: none"> • $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$ • $(a^n)^m = a^{mn}$ • $(ab)^m = a^m b^m$ • $a^{-m} = \frac{1}{a^m}; a \neq 0$ • $a^0 = 1; a \neq 0$ • $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; a \neq 0$ • $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}; b \neq 0$ 	<div data-bbox="1371 735 2003 808" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> CALCUL MENTAL </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>1. Résous et simplifie.</p> <p>a) a^0</p> <p>b) 5^0</p> <p>c) $5^2 \cdot 2^2$</p> <p>d) $\frac{5^4}{5^2}$</p> <p>e) $\frac{2^5}{2^2}$</p> <p>f) $\frac{2^{-1}}{2^5}$</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>2. Résous et simplifie.</p> <p>a) $a^2 \cdot a^7$</p> <p>b) $a^3 \cdot a^{-4}$</p> <p>c) $(a^2)^7$</p> <p>d) $\frac{a^5 \cdot a^7}{a^4}$</p> <p>e) $\frac{a^{-1} \cdot a^5}{a^{-2}}$</p> <p>f) $(a^{1/2})^3$</p> <p>g) $\frac{a^2 \cdot a^3}{a^{\frac{3}{2}}}$</p> </div> </div>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION						
	<p>• Appliquer la loi $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$ aux exposants rationnels.</p> $(4^{\frac{1}{2}})(4^{\frac{1}{2}}) = 4^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 4^1 = 4$ $(\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}) = 4$ <p>alors, $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$</p> $(a^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}) = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = a \quad \text{et} \quad \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ <table border="1" data-bbox="546 625 1012 722"> <tr> <td>alors,</td> <td>$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} ; a \geq 0$</td> </tr> </table> $(5^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{1}{3}}) = 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 = 5$ <p>Et comme $(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5}) = 5$</p> <p>alors, $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$</p> $(a^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}) = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = a \quad \text{et} \quad (\sqrt[3]{a})(\sqrt[3]{a})(\sqrt[3]{a}) = a$ <p>alors, $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$</p> <table border="1" data-bbox="504 1063 940 1166"> <tr> <td>$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$</td> <td>(n^{ème} racine de a)</td> </tr> </table>	alors,	$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} ; a \geq 0$	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	(n ^{ème} racine de a)	<table border="1" data-bbox="1371 267 1980 337"> <tr> <th colspan="2">TRAVAIL PRATIQUE</th> </tr> </table> <ol style="list-style-type: none"> Quelle valeur est la plus grande : 2^{333}, ou 3^{222}? Si c'est possible, écris les valeurs suivantes à la puissance de 3 : $81 \cdot (3^5)^4 \cdot 6^0$ Quelle est la valeur de x dans $3^{x-1} = 1$ Simplifie : <ol style="list-style-type: none"> $3^3 \cdot 3^3 =$ $(4^3)^5 =$ $(x^{-2})(x^{-1}) =$ $a^6 \div a^2 =$ $(4^{\frac{1}{2}})(4^{\frac{3}{4}}) =$ 	TRAVAIL PRATIQUE	
alors,	$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} ; a \geq 0$							
$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	(n ^{ème} racine de a)							
TRAVAIL PRATIQUE								

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>$a^{1/n}$ existe toujours si n est un nombre entier impair. Si n est un nombre entier pair, $a^{1/n}$ n'existe que si a est positif.</p> <p>Si $(a^m)^n = a^{mn}$ demeure valide pour les exposants fractionnaires, $4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{4})^3 = 2^3 = 8$</p> <p>En général,</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ </div> <p>Si n est pair, $a \geq 0$.</p> <p>[Remarque : l'exposant m/n doit être sous sa forme réduite, autrement $(-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6}$, ce qui est un nombre positif et $(-8)^{1/3} = \sqrt[3]{-8} = -2$, qui est un nombre négatif.]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\sqrt[n]{a} = b \text{ si } b^n = a$ <p>Si n est pair, alors $a \geq 0$</p> </div> <p>$\sqrt[n]{a}$ est appelé radical, et b est appelé $n^{\text{ième}}$ racine principale de a.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> $4^3 = 64,$ } forme exponentielle </div> <div style="text-align: center;"> $\sqrt[3]{64} = 4$ alors } forme radicale </div> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 20px;"> CALCUL MENTAL </div> <p>1. Trouve la valeur de :</p> <p>a) $(-125)^{1/2}$ b) $81^{1/4}$ c) $-(16^{1/2})$ d) $125^{-1/3}$ e) $9^{3/2}$</p> <p>2. Simplifie :</p> <p>a) $x^{1/2} \cdot x^{1/6}$ b) $(9^{1/3})^{3/2}$ c) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$ d) $16^{-5/4}$ e) $\sqrt[3]{64^2}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-top: 20px;"> INSCRIPTION AU JOURNAL </div> <p>1. Pourquoi est-il possible d'extraire la racine cubique d'un nombre négatif, mais non sa racine carrée?</p>

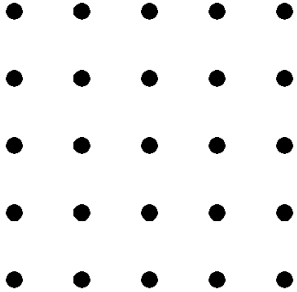
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>1. Convertir $\sqrt[4]{x^3}$ à la forme exponentielle. Solution : $x^{\frac{3}{4}}$</p> <p>2. Convertir $7^{2/3}$ à la forme radicale. Solution : $(\sqrt[3]{7})^2$ ou $\sqrt[3]{7^2}$</p> <p>3. Évaluer. Laisser la réponse sous la forme fractionnaire. <i>Exemple :</i></p> $32^{2/5} = (\sqrt[5]{32})^2$ $= 2^2$ $= 4$ <p>a) $4^{-1/2}$ b) $(-100)^{1/2}$ c) $(-27)^{1/3}$ d) $(-27)^{-1/3}$</p> <p>e) $32^{-3/5}$ f) $125^{2/3}$</p> <p>Solutions :</p> <p>a) $\frac{1}{2}$ b) impossible c) -3 d) $-\frac{1}{3}$</p> <p>e) $\frac{1}{8}$ f) 25</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"><i>CALCUL MENTAL</i></div> <p>1. Convertis les expressions suivantes à la forme exponentielle :</p> <p>a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt[3]{2}$ c) $\sqrt{2^3}$ d) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ e) $\sqrt[5]{x^3}$ f) $\sqrt{9x^5}$</p>


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Solutions :</p> <p>a) $\frac{x^{\frac{2}{3}} x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}} = \frac{x^{\frac{2+1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}} = \frac{x}{x^{\frac{1}{6}}} = x^{1-\frac{1}{6}} = x^{\frac{5}{6}}$</p> <p>b) $\frac{\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3}{\left(4y^4\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{y^{\frac{3}{2}}}{4^{\frac{1}{2}} \cdot y^2} = \frac{y^{\frac{3}{2}}}{2y^2} = \frac{y^{\frac{3}{2}-2}}{2} = \frac{y^{-\frac{1}{2}}}{2} = \frac{1}{2y^{\frac{1}{2}}} \text{ ou } \frac{1}{2\sqrt{y}}$</p> <p>c) $\left(\frac{x^4 + y^2 x^3}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(x^2 + y^2 x\right)^{\frac{1}{2}} \text{ ou } \sqrt{x^2 + y^2 x}$</p> <p>d) $\sqrt[5]{x^3} \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{3}{5}} x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{19}{15}}$</p> <p>e) $\sqrt[3]{8\sqrt{x^2}} = \left(8\sqrt{x^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(2^3 x\right)^{\frac{1}{3}} = 2x^{\frac{1}{3}} \text{ ou } 2\sqrt[3]{x}$</p> <p>Remarque : Les problèmes f), g) et h) font partie de la matière d'enrichissement.</p>	<p>3. Remplis les blancs :</p> <p>a) $\frac{x^{[\]}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^2$</p> <p>b) $\left(\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{[\]}\right)^2 = x^5$</p> <p>4. Si $\frac{\left(x^{2N}\right)^5 \cdot x^4}{x^3}$ a une forme réduite équivalente à x^{23}, donnez la valeur de N.</p>


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Remarque : Utiliser les propriétés des exposants pour résoudre des équations exponentielles. L'équation $2^x = 32$ est dite <i>équation exponentielle</i>, car l'inconnue est un exposant. Résoudre une telle équation en exprimant les deux membres en tant que puissance de la même base, puis en faisant la correspondance entre les deux puissances.</p> <p>6. Résoudre :</p> <p>a) $2^x = 32$ $2^x = 2^5$ $x = 5$</p> <p>b) $4^{2x+1} = 16^{-3}$</p> <p>c) $9^{x+1} = 27$</p> <p>d) Le nombre d'insectes d'une colonie double tous les mois. S'il y a maintenant 250 insectes, combien de temps faudra-t-il pour que la population atteigne 8 000?</p> <p>Solutions :</p> <p>b) $4^{2x+1} = (4^2)^{-3}$ c) $(3^2)^{x+1} = 3^3$ $4^{2x+1} = 4^{-6}$ $3^{2x+2} = 3^3$ $2x + 1 = -6$ $2x + 2 = 3$ $2x = -7$ $2x = 1$ $x = \frac{-7}{2}$ $x = \frac{1}{2}$</p> <p>d) $250 \cdot 2^x = 8\ 000$ $\frac{250 \cdot 2^x}{250} = \frac{8\ 000}{250}$ $2^x = 32$ $x = 5$</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>7. Le volume d'un cube est égal à 216 m^3. Trouver la longueur de son arête.</p> <p>Solution : Soit x = la longueur de l'arête $x^3 = \text{volume du cube}$ $x^3 = 216$ $x = \sqrt[3]{216}$ $x = 6$</p> <p>La longueur de l'arête est 6 m.</p> <p>8. Le volume d'un cylindre est donné par la formule $V = \pi r^2 h$. La hauteur d'un cylindre dont le volume est égal à 100 m^3 mesure 5 m. Utiliser la calculatrice pour trouver le rayon de la surface circulaire, à deux décimales près. Trouver l'aire totale du cylindre.</p> <p>Solution : $V = \pi r^2 h$ $100 = \pi r^2 (5)$ $\frac{100}{5\pi} = r^2$ $r = \sqrt{\frac{100}{5\pi}}$ $r = 2,52 \text{ mètres}$</p> <p>b) $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ $= 2\pi(2,52)^2 + 2\pi(2,52)5$ $A = 119,07 \text{ m}^2$</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>9. Trouver x :</p> $2^x + 2^x + 2^x + 2^x = 2^{2x-2}$ <p>Solution:</p> $2^x (4) = 2^{2x-2}$ $2^x \cdot 2^2 = 2^{2x-2}$ $2^{x+2} = 2^{2x-2}$ $x + 2 = 2x - 2$ $x = 4$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;">TRAVAIL PRATIQUE</div> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si $c^d = 3$, alors à quoi l'expression c^{4d} est-elle égale? 2. Quel sera le dernier chiffre du nombre représenté par 77^{77} ? 3. Simplifie et explique comment les deux fractions suivantes sont reliées entre elles : $\frac{(5-2)^{1/2}}{5^{1/2} - 2^{1/2}} \quad \text{et} \quad \frac{5^{1/2} - 2}{(5-2)^1}$ 4. Si $2^x = 8^5$, quelle est la valeur de x? 5. $x^a \cdot x^b =$ 6. Montre que $(\sqrt[3]{-8})_x = -2x$. 7. Trouve une expression équivalente de $\sqrt[3]{\sqrt{3x^5}}$ en te servant d'exposants. 8. Trouve l'aire d'un rectangle donné, puis trouve la longueur d'un côté d'un carré ayant la même aire.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
		<p>9. Le panneau-figures (<i>geoboard</i>) 5×5 montré dans le diagramme peut servir à construire des carrés dont l'aire correspond à un nombre entier positif. On peut construire les côtés des carrés en joignant les points sur les plans horizontal, vertical ou diagonal. Quelles aires de cette nature peut-on construire? Justifie tes réponses avec les calculs et les dessins appropriés.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>10. (suite du no 9) Trouver dans un manuel de mathématiques la formule de Pick qui te permettra de déterminer l'aire de n'importe quel polygone sur un panneau-figures en comptant les points intérieurs et les points frontaliers.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>4. Communiquer les directives utilisées afin de résoudre un problème arithmétique. [C]</p>	<div data-bbox="506 266 638 342" style="display: inline-block; vertical-align: top;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidate, Module 2 , leçon 1 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Il est important que les élèves aient l'opportunité de pratiquer leurs habiletés langagières en mathématiques.</p> <p>Des exemples avec ces compétences mises en pratique sont donnés au long de ce document.</p> <p>1. Expliquer comment trouver la racine carrée de l'inverse d'un nombre, avec la calculatrice.</p> <p>Solution :</p> <p>Pour calculer la racine carrée de la réciproque d'un nombre, peser ce nombre sur la calculatrice, peser la touche réciproque ($1/x$) et ensuite appuyer la touche $\sqrt{\quad}$.</p> <p>Appuyer : 2 1/x $\sqrt{\quad}$</p> <p>Certaines calculatrices sont différentes. Par exemple, sur une calculatrice scientifique Sharp :</p> <p>Appuyer : 2 2nd F exp 2nd F x^2</p> <p>Demander aux élèves combien de différentes façons leur calculatrice peut-elle accomplir cette tâche.</p>	<div data-bbox="1373 594 2003 667" style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>TRAVAIL PRATIQUE</p> </div> <p>Expliquer comment résoudre le problème suivant :</p> <p>Trouver la racine carrée de la somme de la différence entre 8 et -4 et de la différence entre -1 et 6.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>5. Effectuer les opérations sur les nombres irrationnels sous forme de monôme ou de binôme, en utilisant les valeurs exactes. [E]</p>	<div style="display: flex; align-items: flex-start;">  <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 1, leçons 4, 5, 6 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs </div> <p>• Simplifier des radicaux s'ils ne sont pas exprimés dans leur forme la plus simple.</p> <p>Demander aux élèves de simplifier les radicaux s'ils ne sont pas exprimés dans leur forme la plus simple. Grâce à des exercices de calcul mental, arriver à savoir spontanément le carré des nombres 1 à 25 inclusivement.</p> <p>etc. sont des expressions présentées sous leur forme la plus simple, mais non car cette valeur contient le carré parfait d'un nombre :</p> <p>a) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ b) $\sqrt{32} = ?$</p> $\sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}, \text{ si } a \geq 0, b \geq 0$ </div> <p>1. Simplifier :</p> <p>a) $\sqrt{50}$ b) $\sqrt{98}$ c) $\sqrt{36c^4y^2}$ d) $\sqrt{24x^3y^5}$</p> <p>Solutions :</p> <p>a) $\sqrt{50} = \sqrt{25} \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ b) $\sqrt{98} = \sqrt{49} \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$</p> <p>c) $\sqrt{36c^4y^2} = 6c^2y$ d) $\sqrt{24x^3y^5} = \sqrt{4x^2y^4} \sqrt{6xy} = 2xy^2 \sqrt{6xy}$</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> CALCUL MENTAL </div> <p>1. Simplifie :</p> <p>a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{72}$ c) $\sqrt{98}$ d) $\sqrt{128}$</p> <p>2. Additionne :</p> <p>a) $\sqrt{29} + \sqrt{29}$ b) $\sqrt{29} + \sqrt{58}$</p>

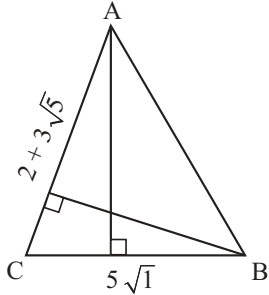
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Pour additionner ou soustraire des radicaux, il faut que chacun d'eux soit exprimé sous sa forme la plus simple; alors, on peut combiner les radicaux semblables.</p> <p>2. a) $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$</p> <p>b) $6\sqrt{x} + 2\sqrt{x^3} = 6\sqrt{x} + 2\sqrt{(x^2)(x)} = 6\sqrt{x} + 2x\sqrt{x} = (6 + 2x)\sqrt{x}$</p> <p>Autres cas :</p> <p>a) $\sqrt{12} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{75} + \sqrt{2}$</p> <p>b) Trouver la valeur des coefficients numériques A et B manquants:</p> $3\sqrt{3} + A\sqrt{12} - B\sqrt{8} = \sqrt{75} - \sqrt{32}$ <p>c) $2\sqrt{x^5} = 2\sqrt{(x^4)(x)} = 2x^2\sqrt{x}$</p> <p>Quand on multiplie des radicaux,</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ pour } a \geq 0 \text{ et } b \geq 0$ </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 20px;"> INSCRIPTION AU JOURNAL </div> <p>Hier, vous avez appris que $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. Votre copine était absente et vous demande de lui montrer comment on arrive à ce résultat. Écris quelques phrases pour dire comment tu lui expliquerais le raisonnement à faire.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 20px;"> TRAVAIL PRATIQUE </div> <p>1. Simplifie :</p> <p>a) $\sqrt{100x^4y^6}$</p> <p>b) $\sqrt[3]{27a^3b^6}$</p> <p>c) $\sqrt[3]{-32a^5}$</p> <p>d) $\sqrt{37a^2}$</p> <p>e) $\sqrt{3a^3b}$</p> <p>2. Montre que $\sqrt{2} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2}$.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>La multiplication des radicaux s'apparente à celle des polynômes.</p> <p>Simplifier la quantité figurant sous le signe du radical.</p> <p>3. a) $(3\sqrt{2})(4\sqrt{5}) = (3)(4\sqrt{(2)(5)}) = 12\sqrt{10}$</p> <p>b) Développer et simplifier :</p> $3\sqrt{10}(\sqrt{2} + 2\sqrt{5}) = 3\sqrt{20} + 6\sqrt{50}$ $= 3\sqrt{4\sqrt{5}} + 6\sqrt{25\sqrt{2}}$ $= 6\sqrt{5} + 30\sqrt{2}$ <p>c) Développer et simplifier :</p> $(3\sqrt{5} + 4\sqrt{2})(4\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = (12)(5) - 9\sqrt{10} + 16\sqrt{10} - (12)(2)$ $= 60 + 7\sqrt{10} - 24 = 36 + 7\sqrt{10}$ <p>d) Simplifier :</p> $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 5 + 2 - 2\sqrt{10}$ $= 7 - 2\sqrt{10}$ <p>e) Simplifier :</p> $(\sqrt{6} - 2\sqrt{3})(\sqrt{6} + 2\sqrt{3}) = 6 - 12\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 12$ $= -6 - 16\sqrt{3}$ <p>f) Trouver l'aire d'un carré dont le périmètre est égal à : $(12\sqrt{3} + 16)$ cm.</p> <p>côté : $\frac{12\sqrt{3} + 16}{4} = 3\sqrt{3} + 4$</p> <p>aire = $(3\sqrt{3} + 4)^2 = 27 + 16 + 24\sqrt{3} = 43 + 24\sqrt{3}$</p>	<p>3. Classe les valeurs suivantes dans l'ordre croissant:</p> <p>7, $2\sqrt{13}$, $3\sqrt{6}$, $4\sqrt{5}$, $5\sqrt{2}$</p> <p>N'utilise pas d'approximations décimales. Utilise le radical entier.</p> <p>4. Trouve la valeur exacte de $\sqrt[3]{128} + 4(\sqrt[3]{16})$.</p> <p>5. Trouve une forme équivalente de $(3\sqrt{5} + 4\sqrt{2})(4\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$.</p> <p>6. Un triangle équilatéral est inscrit dans un cercle. Si l'aire du cercle est égale à 36π, trouve l'aire exacte du triangle.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px 0;">CALCUL MENTAL</div> <p>1. Multiplie et simplifie :</p> <p>a) $(\sqrt{10})(\sqrt{5})$</p> <p>b) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$</p> <p>c) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$</p> <p>d) $(\sqrt{10} - \sqrt{3})(\sqrt{10} + \sqrt{3})$</p>


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>4. Division</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad \text{pour } a \geq 0 \text{ et } b > 0.$ </div> $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}}$ $\frac{6}{2} = \sqrt{9}$ $3 = 3$ <p>5. Simplifier :</p> <p>a) $\frac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = 4\sqrt{3}$</p> <p>b) $\frac{5\sqrt{14} + 2\sqrt{35}}{\sqrt{7}} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$</p> <p>Une expression comportant des radicaux se trouve dans <i>sa forme la plus simple</i>, si les conditions suivantes sont remplies :</p> <p>a) aucun <i>radicand</i> (expression sous le signe du radical) ne comporte un carré parfait autre que 1;</p> <p>b) aucun radicand ne contient de fraction;</p> <p>c) aucun radical ne figure dans le dénominateur d'une fraction.</p>	<p>2. Simplifie :</p> <p>a) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{125}$</p> <p>b) $6\sqrt{x^3} - 7\sqrt{x^5}$</p> <p>c) $\sqrt{18}\sqrt{6}$</p> <p>d) $\sqrt{48} - \sqrt{27}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: 80%;"> TRAVAIL PRATIQUE </div> <p>1. Simplifie</p> <p>a) $\frac{\sqrt{12}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$</p>

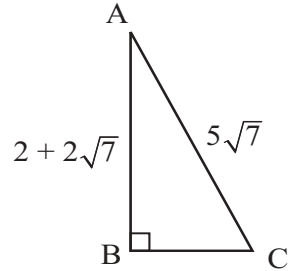
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Quand le radical présent dans le dénominateur n'équivaut pas à la racine carrée d'un carré parfait, employer la stratégie appelée <i>rationalisation du dénominateur</i>. Il existe deux genres de stratégie.</p> <p>A) Quand le dénominateur est un monôme.</p> <p><i>Exemple :</i> $\frac{6}{\sqrt{3}}$</p> <p>Pour simplifier cette expression, multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{3}$. Cela se justifie du point de vue algébrique, car l'opération équivaut à multiplier la fraction originale par 1.</p> $\begin{aligned}\frac{6}{\sqrt{3}} &= \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$ <p>Rationaliser :</p> <p>a) $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{x}}$</p> <p>Solutions :</p> $\frac{5\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{10}}{5} = \sqrt{10} \qquad \frac{\sqrt{12}\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{12x}}{x} = \frac{\sqrt{4}\sqrt{3x}}{x} = \frac{2\sqrt{3x}}{x}$	<p>2. Rends le dénominateur rationnel (Rationaliser) :</p> <p>a) $\frac{6}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{7}{\sqrt{5}}$</p> <p>3. Multiplie et simplifie :</p> <p>a) $(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(2\sqrt{3}+\sqrt{5})$ b) $(6\sqrt{x}-2)(6\sqrt{x}-2)$ c) $(2\sqrt{3}-1)^2$ d) $-2\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{15}-\sqrt{8})$</p> <p>4. Rends l'expression rationnelle :</p> <p>a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{x}{\sqrt{8}}$ d) $\frac{a}{\sqrt{a}}$</p> <p>5. Calcul la valeur de $16^{\frac{1}{4}}$.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>B) Quand le dénominateur est un binôme contenant au moins un radical:</p> <p><i>Exemple :</i> $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$</p> <p>Employer pour cela le binôme conjugué.</p> <p>L'expression $(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ est appelée quantité conjuguée de $(\sqrt{5}-\sqrt{2})$.</p> <p>Pour rationaliser, multiplier le numérateur et le dénominateur par $(\sqrt{5}+\sqrt{2})$.</p> $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$ $= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2}$ $= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$ <p>7. Simplifier :</p> <p>a) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ b) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$</p> <p>Solutions :</p> $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$ $= \frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{2}+1}{2-1}$ $= 3+2\sqrt{2}$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;"> INSCRIPTION AU JOURNAL </div> <p>Explique pourquoi l'expression $(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ ne peut pas être employée pour rationaliser le radical dans l'expression :</p> $\frac{2}{\sqrt{5}-2}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>b) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$ $= \frac{2 \cdot 3 - 2\sqrt{15} - \sqrt{15} + 5}{3-5}$ $= \frac{11-3\sqrt{15}}{-2}$</p> <p>8. Trouver la hauteur du triangle depuis le sommet A, si la hauteur depuis le sommet B est égale à $2\sqrt{5}$.</p>  <p>Aire = $\frac{\text{base} \cdot \text{hauteur}}{2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot (2 + 3\sqrt{5})}{2}$</p> $= \sqrt{5} \cdot (2 + 3\sqrt{5}) = 15 + 2\sqrt{5}$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;">TRAVAIL PRATIQUE</div> <p>1. Rends rationnel le dénominateur :</p> <p>a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$</p> <p>b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$</p> <p>c) $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$</p> <p>d) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Si h est la hauteur issue du sommet A, alors :</p> $\frac{h \cdot (\sqrt{5} - 1)}{2} = 15 + 2\sqrt{5}$ $h = \frac{30 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} = \frac{(30 + 4\sqrt{5})(\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)}$ $h = \frac{34\sqrt{5} + 50}{4} = \frac{17\sqrt{5} + 25}{2}$	<p>2. Rationnalise : $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$</p> <p>3. a) Utilise une calculatrice pour comparer les valeurs $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$ et $2\sqrt[3]{4}$</p> <p>Qu' observes-tu?</p> <p>b) Aurais-tu pu faire cette observation sans une calculatrice?</p> <p>4. Combien de bâtons dont la mesure est $(1 + \sqrt{2})$ m doivent être placés boût à boût de sorte que leur longueur totale dépasse 100 m?</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>6. Effectuer des opérations arithmétiques sur les nombres irrationnels, en utilisant les approximations décimales appropriées. [E, T]</p>	<div data-bbox="510 272 646 354" style="display: inline-block; vertical-align: top;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 2, leçon 3 et Module 4, leçon 4 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Résoudre des problèmes impliquant des nombres irrationnels.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Mahal affirme que $(\sqrt{2} + \sqrt{8})$ a une valeur de 3,16. Utiliser des approximations pour établir si sa réponse est raisonnable, utiliser la calculatrice pour vérifier l'exactitude de sa réponse. 2. Trouver une approximation décimale de $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 3. Prouver que $\frac{\sqrt{3}}{3}$ est égale à $\frac{1}{\sqrt{3}}$ en utilisant une approximation décimale. 4. Trouver une approximation décimale de $\left(\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}\right)$. 	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> <p>TRAVAIL PRATIQUE</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> 1. Classe les valeurs suivantes dans l'ordre croissant : 7, $2\sqrt{13}$, $3\sqrt{6}$, $4\sqrt{5}$, $5\sqrt{2}$ (Utilise des approximations décimales.) 2. Évalue $\sqrt[3]{128} + 4\sqrt[3]{16}$, à trois décimales près. 3. Trouve la longueur de la base et la hauteur d'un triangle équilatéral dont l'aire mesure 24 cm².

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
		<p>4. Soit le triangle rectangle ABC avec les mesures suivantes:</p>  <p>trouve:</p> <ol style="list-style-type: none"> la longueur BC l'aire du $\triangle ABC$ $\sin C$, $\cos C$, $\tan C$ (simplifie complètement) $\angle C$ et $\angle A$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION