

ÉVALUATION DES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

Communication

Les élèves devraient être capables de communiquer, à l'oral et à l'écrit, leur compréhension mathématique. Ils devraient donner des explications et des précisions dans leurs propres mots, de façon à ce que les autres comprennent.

Les élèves devraient :

- utiliser des termes et des concepts mathématiques;
- expliquer leur raisonnement;
- rendre compte des faits;
- énoncer une conclusion;
- dessiner et étiqueter;
- réfléchir sur leur apprentissage.

On peut recourir au journal de bord pour aider l'élève à communiquer. On devrait profiter des occasions de discuter en classe. Les élèves pourraient travailler sur leurs habiletés à communiquer lorsqu'ils travaillent en groupes.

Estimation et calcul mental

Le calcul mental met en action une combinaison de stratégies qui nous permettent d'estimer, de visualiser et de manipuler des nombres dans notre tête. Les stratégies de calcul mental permettent aux élèves d'appliquer leur connaissance des éléments fondamentaux pour faire les calculs nécessaires pour trouver la solution à un problème qui met en cause des nombres élevés.

Il existe des méthodes et des procédures très précises qu'on peut enseigner et qui peuvent être mises en pratique, de la même façon que les algorithmes sont enseignés et mis en pratique à l'aide d'exercices papier-crayon. Le calcul mental devrait être enseigné de l'entrée à l'école jusqu'à la fin du secondaire.

Quand ils évaluent des stratégies de calcul mental, les enseignants devraient rester à l'affût de preuves écrites et orales. Ainsi, quand l'enseignant demande à un élève comment il a résolu la question « 25 % de 40 », un élève peut répondre : « j'ai divisé par 4 puisque 25 % représente le quart du tout ». Un autre élève pourrait répondre : « j'ai trouvé 10 % de 40, puis la moitié de ce chiffre pour trouver 5 %, puis j'ai ajouté 20 % (2 x 10 %) plus 5 % pour obtenir 10 ». Un autre encore pourrait répondre : « J'ai divisé par deux puis encore par deux ». Les élèves devraient être en mesure d'indiquer plus d'une façon de répondre aux questions.

Une fois que les stratégies ont été enseignées, elles doivent être mises en pratique. Pour y arriver, on peut utiliser des périodes quotidiennes de calcul mental avec des contraintes de temps afin de s'assurer que les élèves appliquent les stratégies mathématiques mentales apprises.

Établissement de liens

Les élèves devraient aller au-delà de la simple compréhension des concepts mathématiques et voir comment ces concepts mathématiques sont liés entre eux, à d'autres disciplines et à leur vie quotidienne. Une discussion animée par l'enseignant ou les élèves pourrait permettre d'explorer des concepts reliés aux mathématiques comme :

- les mesures en art industriel;
- les ratios dans les études sociologiques;
- les nombres entiers dans le domaine bancaire;

- les transformations en art;
- la cueillette et l'interprétation de données, et l'estimation et l'interprétation de schémas en science.

Les élèves ont aussi à faire des liens entre les représentations concrètes, picturales, symboliques, orales et écrites d'un concept.

Exemple :

Donne le plus de représentations possibles du nombre inscrit dans la case centrale.

$$\frac{1}{2}$$

Les élèves devraient être en mesure de transférer et d'appliquer leurs compétences en mathématiques dans différentes situations et différents contextes. En représentant un concept de différentes façons, l'élève fait la preuve de sa compréhension du concept.

Cadre conceptuel

Définition	Faits principaux
FONCTION	
Fais un dessin ou un diagramme	Non-exemples
Exemples	En quoi _____ ressemble-t-il à _____ ?

Organisation et structure

Il est important que les élèves soient en mesure d'organiser et de structurer l'information mathématique. L'ordre et la structure peuvent donner une signification à une information qui semble chaotique ou aléatoire. Les élèves peuvent organiser ou structurer l'information selon leurs connaissances préalables ou élaborer une structure pour aller au-delà de leur expérience personnelle et apporter une signification à un contexte. L'organisation et la structure permettent aux élèves de faire des liens et d'élaborer des schémas en mathématiques. La perception de liens et de schémas en mathématiques peut à son tour permettre aux élèves de développer des compétences en organisation et en application de structures.

Résolution de problèmes



La résolution de problèmes non routiniers est un processus qui permet aux élèves d'appliquer leur compréhension des concepts et des habiletés mathématiques acquis. Ce processus fait appel à la fois à des recherches en mathématiques et à des problèmes ouverts.

Les problèmes routiniers sont habituellement des problèmes dont la démarche vers la solution est évidente immédiatement. Il s'agit souvent de problèmes écrits.

Les enseignants doivent contrôler quatre éléments principaux de la résolution de problèmes et évaluer les progrès des élèves pour chacun.

1. **Compréhension du problème** : Avant que les élèves ne puissent commencer à résoudre un problème, il leur faut tout d'abord interpréter sa signification. Les enseignants peuvent évaluer la compréhension d'un problème en utilisant l'une des stratégies suivantes. Ils peuvent demander aux élèves :
 - de reformuler la question dans leurs propres mots;
 - de reconnaître la question et de dessiner un diagramme;
 - de marquer l'information pertinente par une couleur et la question par une autre couleur;
 - de trier des éléments de phrase en trois groupes : information nécessaire; information additionnelle et question.
2. **Utilisation des stratégies appropriées** : Les élèves doivent avoir la possibilité d'évaluer l'efficacité de diverses stratégies pour le même problème. De cette façon, ils parviendront à utiliser plus de une ou deux stratégies préférées. Les enseignants pourront évaluer l'utilisation des stratégies en demandant aux élèves d'expliquer comment ils ont résolu le problème. Une liste de vérification permettra d'évaluer l'explication et la réponse. Cette liste pourrait comprendre les critères suivants :
 - la stratégie choisie convient à la question;
 - la stratégie est appliquée correctement;
 - la réponse est correcte;
 - l'explication est claire;
 - l'élève arrive à énoncer la stratégie utilisée.
3. **Vérification des solutions** : Les élèves devraient s'autoévaluer en vérifiant leur travail ou en utilisant une autre stratégie.
4. **Élaboration de leurs propres problèmes** : Après que les élèves ont eu l'occasion d'interpréter des problèmes et de chercher la solution à l'aide de diverses stratégies, ils devraient être à même de créer leurs propres problèmes. Les enseignants pourront évaluer ces problèmes à l'aide d'une rubrique qui a été conçue conjointement avec les élèves.

Les élèves ont souvent de la difficulté à expliquer les stratégies qu'ils ont utilisées pour résoudre leurs problèmes. Une façon d'introduire des stratégies de résolution de problèmes consiste à adapter les problèmes écrits de sorte que les élèves se concentrent sur les données et sur la question posée, plutôt que de chercher tout de suite à trouver une réponse. Par exemple, donnez l'équation d'un problème et demandez aux élèves de la résoudre. Demandez ensuite aux élèves de se servir de l'équation pour compléter l'information manquante. Enfin, demandez la solution du problème.

Exemple :

Pour le problème suivant :

- i. *Résous l'équation.*
- ii. *Remplis les espaces blancs dans l'énoncé du problème. Donne la réponse finale.*

Denis a _____ pièces de 25 ¢ de plus dans sa collection que Sylvie en a dans la sienne. Ensemble, ils ont _____ pièces de 25 ¢. Combien de pièces de 25 ¢ Sylvie possède-t-elle?

Équation : $q + q + 50 = 190$.

Une autre démarche consiste à fournir les renseignements pertinents d'un problème écrit sans formuler la question. On demande ensuite aux élèves de formuler au moins deux questions auxquelles on peut répondre à partir des renseignements fournis.

Exemple :

Pour le problème suivant, formule deux questions que l'on pourrait poser à partir des renseignements fournis. Réponds à tes deux questions en montrant comment tu es arrivé à la réponse.

Marie court vers l'ouest à 12 km/h pendant 40 minutes, puis elle tourne vers le sud et court à 14 km/h pendant 30 minutes.

La vérification des solutions pose aussi des difficultés pour certains élèves. Une façon de les amener à vérifier leurs solutions consiste à leur poser la question suivante : « *Penses-tu que ta réponse est correcte? Explique.* » En posant cette question, l'enseignant dit explicitement à l'élève de vérifier sa solution et sa stratégie. Certains élèves peuvent admettre que leur réponse est erronée mais ne savent pas comment y remédier.

Un exemple de devoir qui amène l'élève à envisager tous les aspects de la résolution de problème figure à la page suivante :

*Adapté de : Gerald Kulm, *Mathematics Assessment: What Works in the Classroom* (San Francisco, CA: Jossey-Bass Inc., Publishers, 1994) p. 145. Document utilisé avec la permission de John Wiley & Sons, Inc.

But de l'activité : Te faire résoudre un problème et écrire ta solution de sorte que tu réfléchisses aux méthodes de résolution de problèmes utilisées.

Problème : _____

Rédaction :

1. Énoncé du problème :

Dans tes propres mots, énonce le problème assez clairement pour qu'une personne non familière avec ce problème comprenne ce que l'on te demande de faire. (2 points)

2. Processus :

En te fiant à tes notes, décris ce que tu as fait pour tenter de résoudre le problème.

- Comment as-tu commencé?
- Quelle démarche as-tu essayée?
- Où es-tu resté coincé?
- Quels dessins as-tu utilisés?

Inclus les solutions qui n'ont pas fonctionné ou qui t'ont semblé une perte de temps. Fais cette partie de la rédaction même si tu n'as pas résolu le problème. (5 points)

3. Solution :

- a. Énonce ta (tes) solution(s) le plus clairement possible. (Si tu n'as obtenu qu'une solution partielle, donne-la quand même.)
- b. Explique comment tu sais que ta solution est la meilleure solution possible. Ton explication devrait être rédigée de façon convaincante, même pour une personne qui, au départ, n'est pas d'accord avec ta réponse. N'oublie pas : ne donner que ta réponse ne te vaudra aucun point! (4 points)

4. Extensions :

Invente des extensions ou des variations de ce problème, c.-à-d. rédige des problèmes connexes. Ces problèmes peuvent être plus faciles, plus difficiles ou présentent un niveau de difficulté comparable au problème original. (Tu n'as pas à résoudre ces nouveaux problèmes.) (2 points)

5. Évaluation :

Ce problème était-il trop facile, trop difficile ou convenable? Explique pourquoi. (2 points)

Raisonnement

Les élèves doivent acquérir une compréhension réelle des mathématiques. Ils doivent dépasser le stade de la mémorisation de règles et de procédures pour être à même de faire des recherches qui leur permettent de répondre à la question « Pourquoi? ». Pour qu'ils puissent y arriver, il faut souvent demander aux élèves d'expliquer, de justifier et de raffiner leur pensée. L'écoute des explications des pairs et la capacité de partager leurs propres idées dans un contexte sûr qui favorise la prise de risques leur permettra de solidifier leur compréhension. Ce partage les aidera aussi à déterminer et à éliminer certaines méprises.

Pour évaluer les progrès au chapitre de la capacité de raisonnement, l'enseignant peut demander aux élèves de construire, d'illustrer, d'écrire et de présenter leurs idées, leur conceptualisation et leurs conclusions.

Utilisation de la technologie

L'enseignant qui valorise et encourage l'utilisation des technologies d'apprentissage d'aujourd'hui découvrira que les élèves aiment beaucoup participer à des réflexions mathématiques et des résolutions de problèmes d'un niveau beaucoup plus élevé qu'il n'est possible de le faire lorsque ces technologies ne sont pas utilisées.

Tous les élèves doivent avoir accès à des calculatrices qui leur permettent d'accomplir les tâches reliées à la résolution de problèmes de la vie courante mettant en cause des opérations arithmétiques. Chaque classe de mathématiques devrait en outre avoir accès à au moins un ordinateur pour les présentations de l'enseignant et l'usage des élèves. Des ordinateurs supplémentaires, peut-être dans un laboratoire d'informatique mais idéalement dans chaque salle de classe, devraient être disponibles pour que les petits groupes ou la classe entière fassent des recherches, appliquent et mettent en pratique les concepts mathématiques étudiés.

Les bases de données, les tableurs et les logiciels de dessin géométrique jouent un rôle crucial dans l'atteinte des résultats d'apprentissage des cours de mathématiques au secondaire. Les logiciels d'enseignement assisté par ordinateur (EAO) ou ceux qui stimulent l'élève à faire des exercices avec les faits élémentaires, les estimations, le calcul mental et la résolution de problèmes spatiaux contribuent aussi à la réussite d'un programme moderne de mathématiques.

Bref, les enseignants et les élèves ont besoin d'un accès aux technologies appropriées. L'usage d'une vaste gamme d'outils améliore les chances et les possibilités pour tous les élèves de développer une meilleure compréhension des idées et des procédés mathématiques.

Visualisation

La visualisation est la capacité de construire des images ou des modèles mentaux de concepts et de processus mathématiques. La visualisation de concepts mathématiques peut-être démontrée par la construction, le dessin et la description. Les élèves devraient aussi être en mesure d'identifier des concepts mathématiques dans les modèles et les images qui les entourent.