Unité A
Fonctions non linéaires

FONCTIONS NON LINÉAIRES

Le présent module propose une méthode « pratique » de développement du concept des fonctions non linéaires au moyen de nombreuses expériences et enquêtes. Les expériences permettent de compiler des données non linéaires. L'utilisation des fonctions de régression des calculatrices graphiques ou des ordinateurs facilite grandement l'atteinte des objectifs du module.

Voici les sujets abordés au cours du module :

- identification de fonctions quadratiques et d'autres fonctions non linéaires
- analyse des caractéristiques du graphique d'une fonction quadratique
- expérimentation avec
  - — la régression quadratique
  - — les fonctions cubiques
  - — les fonctions exponentielles
  - — la régression exponentielle
  - — la croissance et décroissance exponentielles

Méthode pédagogique

Ce module donne aux élèves l'occasion de travailler en petits groupes et de tenir des discussions générales en classe. Il permet aussi aux élèves d'utiliser des technologies comme les LAC (**l**aboratoires **a**ssistés par **c**alculatrice) et diverses méthodes de recueil de données. L'analyse peut être faite au moyen de calculatrices graphiques ou d'ordinateurs et de graphiciels.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés du présent document, du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices* ou d'autres ressources textuelles.

Outils pédagogiques

- calculatrice graphique
- LAC avec sonde de température et détecteur de mouvement
- ordinateur
- logiciel de graphisme
- logiciel de régression

Durée

15 heures

Nota : Dans le présent document, l'acronyme LAC (Laboratoire assisté par la calculatrice) est l'équivalent de l'acronyme CBL (Calculator based laboratory).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Représenter et analyser les fonctions quadratiques et polynomiales à l'aide de la technologie au besoin.

Résultats spécifiques

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

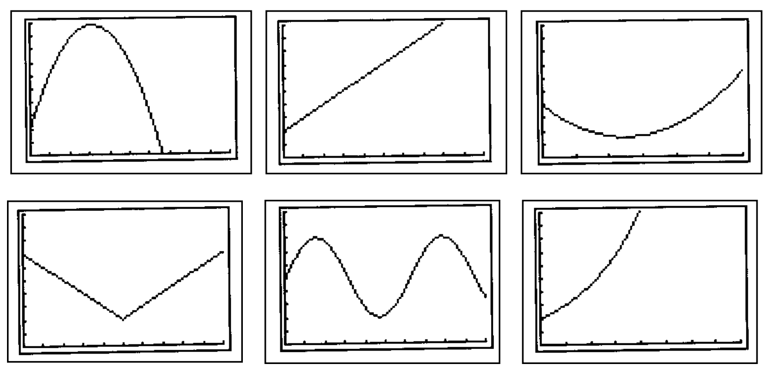
A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Relier un mouvement à une forme de graphique.**

  Enquête

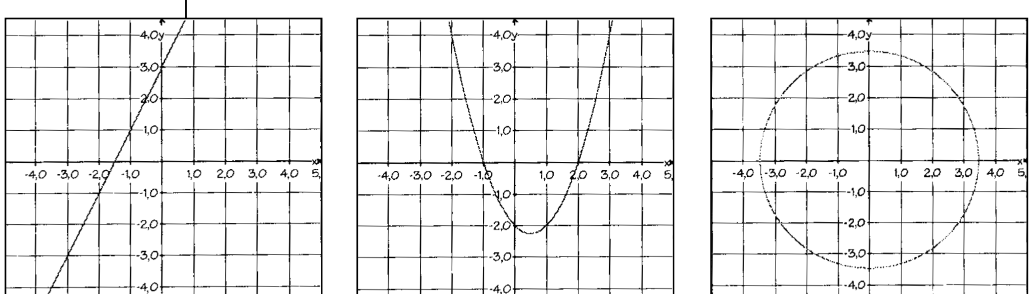
  Divisez la classe en 6 groupes et donnez à chaque groupe une copie d'un des graphiques ci-dessous. Demandez aux élèves de produire un graphique semblable avec le mouvement de leur corps, à l'aide d'un LAC et d'un détecteur de mouvement. Demandez aux élèves d'expliquer à la classe l'activité qu'ils pensent exécuter pour qu'elle soit reliée à la forme du graphique. Ils doivent exécuter l'activité à l'aide d'un logiciel de correspondance de distance du LAC. Si l'activité ne produit pas le bon graphique, discutez avec la classe la raison pour laquelle cela n'a pas fonctionné et quel mouvement pourrait produire le résultat recherché.



- **Introduire des équations quadratiques**

  Exemple

  Remettez aux élèves une série de graphiques et demandez-leur d'identifier le graphique représentant une fonction linéaire, une fonction quadratique, ou une autre fonction. Présentez-leur différents graphiques, comme ceux ci-dessous.

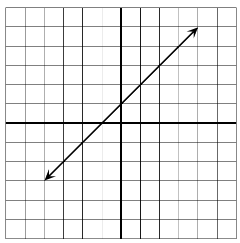


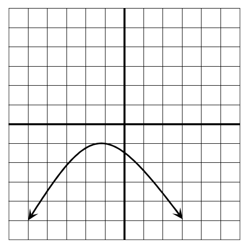
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

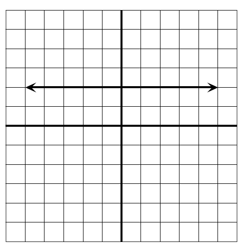
Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir les annexes A-2 et A-3 aux pages A-49 et A-53 respectivement).

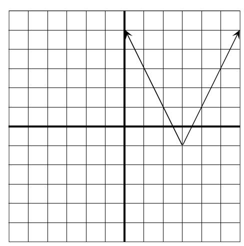
Calcul mental

1. Déterminez si la relation correspond à une fonction linéaire, une fonction quadratique ou autre.

a)


b)


c)


d)


2. Déterminez si la relation correspond à une fonction linéaire, une fonction quadratique ou autre.

a) $y = x^2 + x$
b) $y = 5x + 3$
c) $x^2 + y^2 = 16$
d) $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 5$

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, Leçon 1

Nota : Vous trouverez dans la colonne **Notes** des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Déterminer si l'équation correspond à une fonction linéaire, une fonction quadratique ou autre.**

  Exemple

  Linéaire : $y = 3x + 2$

  Quadratique : $y = x^2 - x - 2$

  Autre : $x^2 + y^2 = 4$

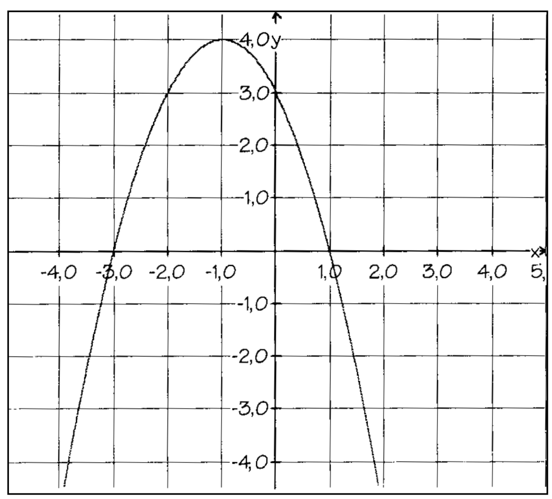
- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie des graphiques des fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique.**

  Exemple 1

  Identifiez les coordonnées du sommet et de les abscisses à l'origine, l'axe de symétrie, le domaine et l'image d'une équation quadratique à partir d'un graphique ou d'une équation (à l'aide d'un outil graphique, comme celui ci-dessous).

  Solution

  Dans le graphique ci-dessous, les coordonnées du sommet sont (–1, 4), les abscisses à l'origine sont –3 et 1, le domaine est (les nombres réels) et l'image est (les nombres réels ≤4}. L'axe de symétrie est la droite x = –1.



  Exemple 2

  Si la fonction quadratique est $y = 2x^2 - 3x + 5$, identifiez les données ci-dessous à l'aide d'un outil graphique.

  a) les coordonnées du sommet

  b) les abscisses à l'origine (s'il y a lieu)

  c) le domaine et l'image

  d) l'axe de symétrie

— suite

Stratégies d'évaluation

Problème

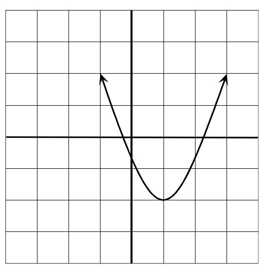
1. Utilisez un outil graphique pour déterminer les coordonnées du sommet de chaque équation. Arrondissez toutes les réponses à une décimale près.

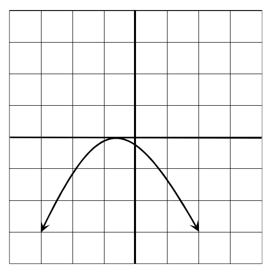
a) $y = 2x^2$ b) $y = x^2 - 7x - 12$

c) $y = -2x^2 + 3x$ d) $y = (x+2)(x-2)$

e) $y = x(x-4)$ f) $y = \frac{1}{2}x - 3x + 5$

2. Identifiez (a) les coordonnées du sommet, (b) les abscisses à l'origine, (c) l'équation de l'axe de symétrie, (d) le domaine et (e) l'image de chaque fonction quadratique. Arrondissez toutes les réponses à une décimale près.

a) 

b) 

c) $y = x^2 + 6x + 4$ d) $y = 4 - x^2$

Notes

***Nota* :** Parmi les outils graphiques, nous retrouvons les ordinateurs et les logiciels graphiques ainsi que les calculatrices graphiques.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

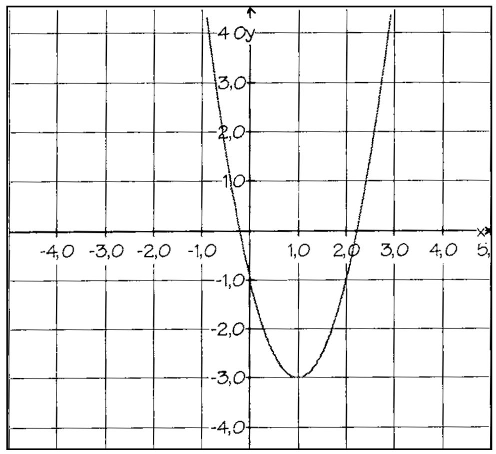
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Exemple 2 — suite

Solution

Utilisez un outil graphique, par exemple *Winplot*, pour produire un graphique de la fonction :



Dans *Winplot*, choisissez [One]. Puis choisissez [Trace]. Cette fonction permet de suivre la courbe et d'obtenir les valeurs approximatives du sommet et les abscisses à l'origine.
Pour obtenir une valeur du sommet plus précise, choisissez encore [One], puis [Extreme]. Cette fonction donne les coordonnées du sommet directement : (1, –3).

***Nota* :** Winplot sera disponible en français en automne 2001. Ce logiciel est gratuit.

L'équation de l'axe de symétrie est $x = 1$.

De même, on peut obtenir avec plus de précision la valeur des abscisses à l'origine en choisissant encore [One] puis [Zeros]. Cette fonction donne les zéros : –0,224 74 et 2,224 74

Enquête : La marée montante

Des fonctions non linéaires s'observent couramment dans la vie quotidienne. Pour cette activité, on recueillera des données sur l'absorption d'eau d'un filtre à café et on utilisera ces données pour tracer un graphique et une fonction la mieux ajustée.

Matériel

- une bande de filtre à café d'environ 12 cm de longueur
- une tasse en plastique
- de l'eau
- une règle
- un chronomètre
- une calculatrice graphique

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Une balle de base-ball est lancée à une vitesse de 88 pieds/seconde. La balle décrit une trajectoire représentée par la fonction $h = -16t^2 + 88t$, où t désigne le temps en secondes. Complétez le tableau ci-dessous et tracez le graphique correspondant à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un tableur.

Temps	Formule de la trajectoire	Hauteur
1	$-16(1)(1) + 88(1) =$	72
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

a) À quel moment (temps en secondes) la balle atteint-elle le point le plus haut dans les airs?

b) Au bout de combien de secondes la balle touche-t-elle le sol?

c) Quelle hauteur maximale la balle atteint-elle?

d) Au bout de combien de secondes la balle atteint-elle une hauteur de 112 pieds?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Enquête : La marée montante — suite

Organisation

Groupes de trois élèves :
- un chronométreur
- un observateur
- un élève qui consigne les données

Directives

1. Découpez une bande de filtre à café d'environ 1 cm de largeur sur au moins 12 centimètres de longueur. À l'aide d'une règle, graduez la bande de papier en centimètres.
2. Versez un peu d'eau dans une tasse en plastique (juste assez pour recouvrir le fond de la tasse). Ne versez pas plus d'un centimètre d'eau.
3. Un membre de l'équipe doit chronométrer l'expérience. Un autre, l'observateur, manipule et observe le bout de papier. L'observateur surveille le bout de papier et avertit l'équipe chaque fois que l'eau atteint une marque de 1 centimètre. Le chronométreur note alors l'heure qu'il est. L'autre membre de l'équipe consigne les données dans un tableau, comme celui paraissant ci-dessous.

Lorsque le chronométreur est prêt à commencer, l'observateur descend le bout de papier jusqu'à ce qu'il touche l'eau dans la tasse. Les équipes doivent se tenir prêtes, car l'eau monte très vite au début! On peut replier le bout de la bande de papier sur le bord de la tasse pour le tenir en place.

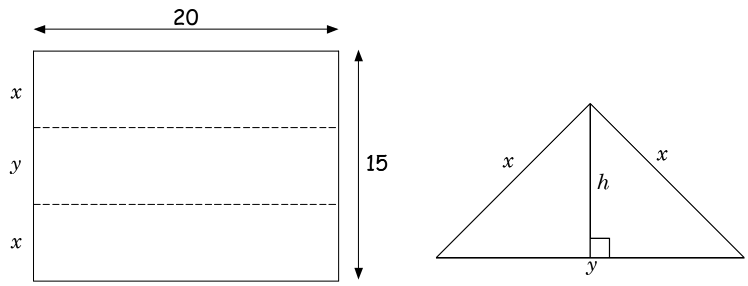
Hauteur (cm)	Temps (secondes)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Vous fabriquez un tuyau rectangulaire en ***tôle***. La plaque de tôle à utiliser a une longueur de 20 pi et une largeur de 15 pi. Repliez la tôle le long des deux lignes, tel qu'il est illustré ci-dessous, pour former un triangle. Sur quelle distance x doit-on la plier pour optimiser le volume du tuyau?



a) Rédigez une expression pour la section de métal appelée y.

y = ______________________________

b) Le volume du tuyau peut être déterminé à l'aide de la formule suivante :

V = aire du bout du triangle x longueur
V = (base x hauteur) /2 x longueur
$V = y \times h \times 20$

On doit se servir du théorème de Pythagore pour résoudre h :
$a^2 + b^2 = c^2$

Dans le cas présent : $x^2 = h^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2$

h = __________________________________

c) Maintenant, rédigez une expression pour le volume :

$$V = \frac{\text{base}}{2} \times \text{hauteur} \times \text{largeur}$$

V = (   ) (   ) (   )

d) À l'aide d'une calculatrice graphique, tracez le graphique de cette expression. Faites-en aussi un croquis.

e) Quel est le volume maximal? À quelle valeur de x?

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, leçon 2

tôle : plaques larges et minces faites de métal ou d'alliages divers.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Enquête : La marée montante — suite

Analyse

1. Entrez les données dans les listes L1 et L2 de la calculatrice graphique (voir l'annexe A-1 pour des directives).
2. Transposez les données sur un diagramme de dispersion (voir l'annexe A-1 pour des directives).
3. Tracez le croquis du graphique.

   a) Utilisez la régression quadratique pour trouver la fonction quadratique la mieux ajustée dans la formule : $ax^2 + bx + c$.

   Sur une calculatrice TI-83, appuyez sur : $\boxed{\text{STAT}}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\text{CALC}}$, selectionnez [5:QuadReg], et appuyez $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ pour obtenir l'équation de régression.

   b) Afin de copier-coller l'équation dans le registre des fonctions, appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ pour sélectionner la première fonction disponible. Puis, appuyez sur $\boxed{\text{VARS}}$, selectionnez [5:Statistics], appuyez $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ et selectionnez [1:RegEQ]. L'équation de régression sera collée dans la catégorie de fonction choisie.

   c) Appuyez sur $\boxed{\text{GRAPH}}$ pour visualiser le diagramme de dispersion et le graphique simultanément.

Notes aux enseignants

Vous pouvez formuler des questions au sujet :

a) du domaine, de l'image et de la vitesse variable à laquelle l'eau monte le long du papier;

b) des réponses dérivées (y) provenant de données (x) sur un graphique, à l'aide des formules appropriées.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

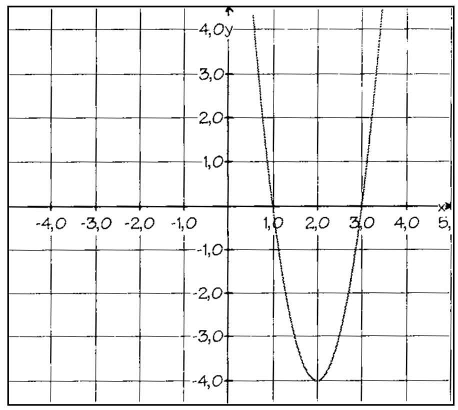
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer le diagramme d'une fonction quadratique en fonction d'une valeur maximale ou minimale et des abscisses à l'origine.**

Exemple

Tracez le graphique d'une fonction quadratique dont les abscisses à l'origine sont 1 et 3 et dont la valeur minimale est –4.

Solution



- **Exécuter l'activité suivante et transposer les données en utilisant les échelles appropriées.**

Activité

François utilise 30 m de clôture pour clôturer tous les côtés de son jardin rectangulaire. Utilisez du papier quadrillé pour dessiner des formes possibles de rectangles. Quelle pourrait être la superficie maximale du jardin?

À l'aide d'une calculatrice graphique ou d'une feuille de calcul, produisez un tableau de valeurs qui permettra d'évaluer les dimensions possibles. On doit se servir du tableau pour évaluer les dimensions donnant la plus grande Aire.

Largeur	Longueur	Périmètre	Aire
1	14	30	14
2	13	30	26
3		30	
4		30	
↓	↓	↓	↓
14		30	14

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Tracez les graphiques des équations quadratiques suivantes :
   a) abscisses à l'origine de –3 et +3 et valeur maximale de 6
   b) abscisses à l'origine de –3 et -2 et valeur minimale de 4
   c) abscisses à l'origine de 0 et 6 et valeur maximale de 8
   d) abscisses à l'origine de −5 et +7 et valeur minimale de 12

   Pour chacun des graphiques ci-dessus, précisez :
   - le domaine
   - l'image
   - l'équation de l'axe de symétrie
   - les coordonnées du sommet
2. Tracez le graphique des fonctions quadratiques suivantes :
   a) valeur maximale $y = 8$ et abscisses à l'origine $x = 2$ et $x = 6$
   b) valeur minimale $y = –4$ et abscisses à l'origine $x = 3$ et $x = 1$
   c) Quelles sont les coordonnées du sommet en a)? En b)?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Réaliser l'activité suivante et transposer les données sur un graphique en utilisant des échelles appropriées. (suite)**

Activité — suite

a) Quand on dessine la largeur par rapport à l'aire, quelle forme de graphique obtient-on?

b) Nommez le type de fonction illustrée par le graphique.

c) D'après le graphique, quelles sont les coordonnées du point ayant la surface la plus grande?

d) À mesure que la valeur x change de chaque côté du sommet, qu'arrive-t-il aux valeurs y?

e) Quelle est la plus petite et la plus grande des valeurs x (domaine)?

f) Quelle est la plus petite et la plus grande des valeurs y (image)?

g) Quelle est l'équation de la ligne verticale qui traverse le point du sommet (axe de symétrie)?

h) Quelles sont les dimensions du jardin donnant l'aire plus grande?

i) Quelles sont les coordonnées des points où le graphique croise l'axe des x (les abscisses à l'origine)?

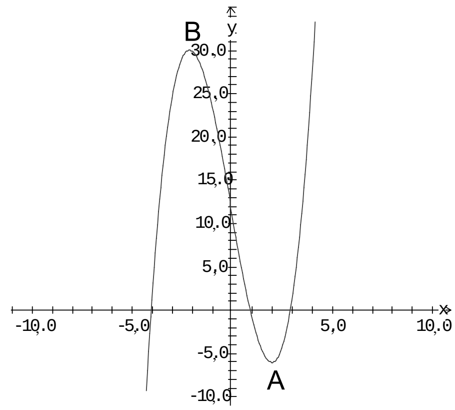
j) Quelles sont les coordonnées du point où le graphique croise l'axe des y (ordonnée à l'origine)?

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique.

- **Présenter les concepts des valeurs minimales et maximales relatives.**

Le point A est un ***minimum relatif*** parce qu'il est le point le plus bas de tous les points à proximité.

Le point B est un point ***maximum relatif*** parce qu'il est le point le plus élevé de tous les points à proximité.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, leçons 3, 4 et 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter les concepts des valeurs minimales et maximales relatives. (suite)**

Enquête

Une équation cubique a la forme générale suivante : $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tracez les graphiques de plusieurs équations cubiques à l'aide d'outils graphiques. Utilisez différentes valeurs pour les coefficients *a, b, c* et *d*, notamment des valeurs positives, négatives et des zéros. On peut utiliser une plus grande fenêtre de visualisation pour voir l'ensemble de l'information puis faire un zoom pour déterminer des détails précis.

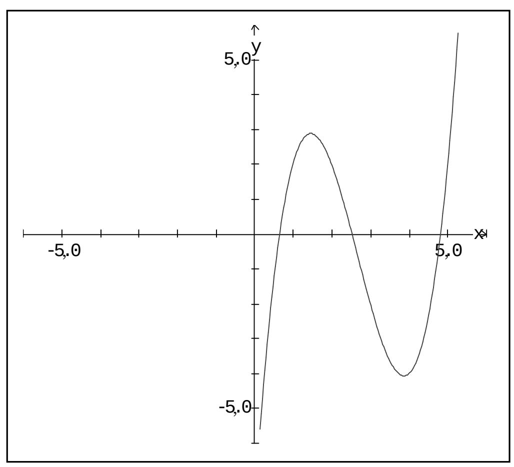
Tirez une conclusion au sujet du nombre de points représentant les valeurs maximales et minimales relatives d'un graphique d'une équation.

Extension : Ajoutez des équations de quatrième puissance, soit $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

- **Utiliser un outil graphique pour déterminer les valeurs minimales ou maximales relatives d'après l'équation d'une fonction cubique.**

Exemple

Quelles sont les valeurs maximales et minimales relatives de $y = x^3 - 8x^2 + 17x - 8$.



Solution

À l'aide d'un graphiciel comme *Winplot*, représentez l'équation par un diagramme.

Utilisez la fonction [Trace] ou la fonction [Extremes] pour localiser les points représentant les valeurs maximales et minimales relatives.

Le maximum relatif est $y = 2,88$

Le minimum relatif est $y = -4,07$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Tracez le graphique de l'équation suivante :
   $y = 5x^3 - 3x^2 - 4x - 7$

   Utilisez une fenêtre appropriée pour que les points des valeurs maximales et minimales relatives soient visibles.

   Quelles sont les coordonnées des points des valeurs maximales et minimales relatives?

   (Arrondissez la réponse à une décimale près.)

2. Tracez le graphique de l'équation suivante :
   $y = -3x^3 + 4x^2 + 6x + 5$

   Utilisez une fenêtre appropriée pour que les points des valeurs maximales et minimales relatives soient visibles.

   Quelles sont les coordonnées des points des valeurs maximales et minimales relatives?

   (Arrondissez la réponse à une décimale près.)

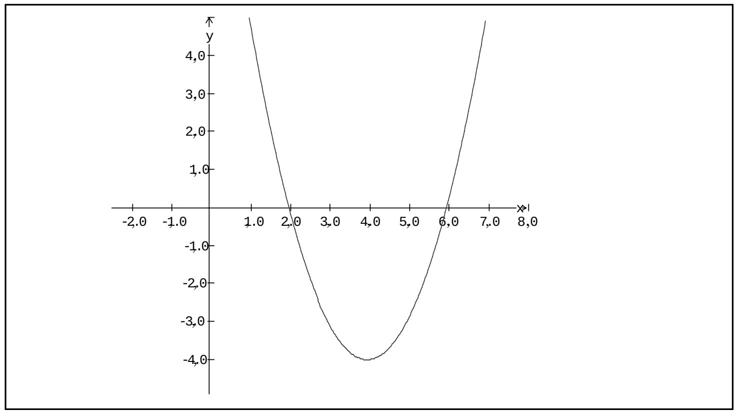
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter les concepts des abscisses à l'origine, des zéros et des racines d'une équation.**

Le graphique ci-dessous illustre l'équation quadratique $y = x^2 - 8x + 12$.



Les abscisses à l'origine sont (2, 0) et (6, 0). Puisque chacun des points situés le long de l'axe des *x* a une coordonnée *y* de zéro, la coordonnée *y* de chaque abscisse à l'origine est de zéro. Ces deux points sont les ***zéros*** ou les ***racines*** de l'équation et représentent les valeurs *x* qui produiraient une valeur *y* de zéro.

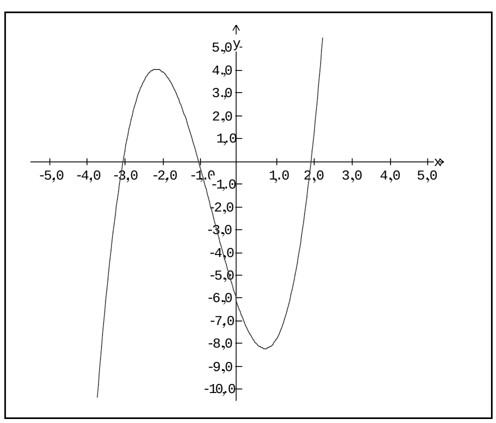
Lorsqu'on trouve les zéros (quand la valeur *y* est égale à zéro), on dit parfois que l'on ***résout l'équation***.

Exemple

Tracez le graphique de l'équation $y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ et déterminez quelles en sont les racines.

Solution

À l'aide d'un graphiciel, représentez la fonction sous forme graphique comme ci-dessous.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter les concepts des abscisses à l'origine, des zéros et des racines d'une équation.**

Exemple — suite

Solution — suite

Utilisez la fonction [Trace] pour obtenir les racines –3, –1 et 2.

OU

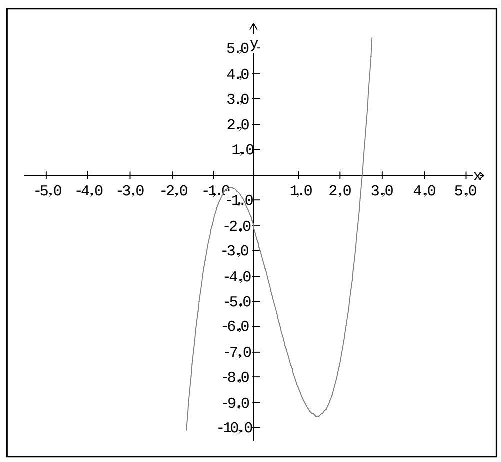
Utilisez la fonction [Zero] pour obtenir directement les abscisses à l'origine.

Exemple

Trouvez les racines de l'équation $y = 2x^3 - 3x^2 - 5x - 2$.

Solution

Utilisez un graphiciel pour représenter la fonction sous forme graphique comme ci-dessous.



On voit que le graphique ne croise l'axe des y qu'une seule fois. Il n'y a donc qu'une seule vraie racine. Utilisez la fonction [Trace] pour obtenir une racine d'environ 2,60.

OU

Utilisez la fonction [Zero] pour obtenir une abscisse à l'origine de 2,606 39.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Tracez le graphique de $y = 2x^2 + x - 15$.
   a) Quelles sont les abscisses à l'origine?
   b) Quels sont les zéros de l'équation?
   c) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?
   d) Quelle est la valeur minimale du graphique?
   e) Quelle est la valeur minimale x?

2. Tracez le graphique de $y = -(x - 4)(x + 2)$.
   a) Quelles sont les abscisses à l'origine?
   b) Quels sont les zéros de l'équation?
   c) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?
   d) Quelle est la valeur maximale du graphique?
   e) Quelle est la valeur maximale x?

3. Tracez le graphique de $y = x^3 + x^2 - 5x - 10$.
   a) Quelles sont les abscisses à l'origine?
   b) Quels sont les zéros de l'équation?
   c) Quelles sont les coordonnées des points représentant les valeurs minimales et maximales relatives du graphique?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes mettant en cause des équations cubiques.**

Problème de boîte

Matériel : feuille de papier de 17 cm x 22 cm et ciseaux.

Problème

Découpez des carrés aux quatre coins d'une feuille de papier de 17 cm x 22 cm et faites une boîte en repliant les rabats. Quelle est la relation entre la longueur des faces des carrés découpés et le volume de la boîte?

Directives

Découpez des carrés dans chaque coin en commençant par un carré de 1 cm x 1 cm. Repliez les côtés pour former une boîte. Calculez le volume de la boîte ainsi formée. Recueillez et consignez les données pour des carrés de toutes les dimensions possibles dans un tableau comme celui ci-dessous.

Longueur d'une face du carré	Longueur de la boîte	Largeur de la boîte	Volume de la boîte
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

À l'aide d'outils graphiques, tracez le graphique des longueurs des faces des carrés découpés par rapport au volume de la boîte.

1. À l'aide du graphique, répondez aux questions suivantes :
   a) Quelle peut être la valeur maximale de la face du ou des carré(s)?
   b) Quelle peut être la valeur minimale de la face du ou des carré(s)?
   c) Quel est le volume maximal de la boîte?
   d) Utilisez la régression cubique pour trouver une équation qui exprime la situation et transposer l'équation sur le diagramme de dispersion.
   e) Utilisez la fonction [Trace] pour déterminer le volume maximal de la boîte et la longueur de la face du carré correspondant.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques. *– suite*

- **Résoudre des problèmes mettant en cause des équations cubiques. (suite)**

Problème de boîte — suite

Directives — suite

f) Quand le volume est-il égal à 300 cm^3?

g) Nommez une valeur pour la longueur des arêtes du carré qui donne un volume de zéro.

2. a) Formulez une expression algébrique qui décrit la longueur de la boîte et une expression algébrique pour la largeur de la boîte en termes de *x*.

b) Formulez une expression algébrique pour le volume de la boîte en termes de *x*.

c) Comparez cette équation pour le volume au résultat de la régression cubique.

d) Utilisez l'expression algébrique pour le volume $V = x(17 - 2x)(22 - 2x)$ et tracez le graphique de cette fonction. Vous remarquerez que le graphique ne représente pas une fonction quadratique, car la variable *x* est à la troisième puissance.

e) Utilisez la fonction [Trace] pour découvrir le maximum relatif et le minimum relatif du graphique. En quoi le maximum relatif ainsi trouvé se compare-t-il à celui trouvé à la question précédente 1(e)?

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous.**

Enquête 1 : le refroidissement d'objets

Contexte

Tous les jours, nous remarquons que les objets « chauds » refroidissent plus rapidement que les objets qui sont simplement « tièdes ». Les objets « froids » réchauffent beaucoup plus rapidement que ceux qui sont simplement « frais ». Ces observations communes confirment une règle bien connue de la thermodynamique, à savoir, que le taux de transfert thermique est proportionnel à la différence de température entre deux objets. C'est là l'essence de la loi du refroidissement de Newton.

Pour commencer la leçon, décrivez l'expérience aux élèves et incitez-les à deviner le type de courbe qu'ils peuvent s'attendre à voir. Est-ce que le thermomètre descendra à une vitesse constante (figure 1)? D'innombrables exemples concrets peuvent servir de comparaison :

- le refroidissement des automobiles l'hiver;
- la tasse de café brûlant que l'on a oublié de boire et qui est restée sur le bureau;

Posez la question suivante : Le thermomètre conservera-t-il la majeure partie de sa chaleur au début pour la perdre plus rapidement vers la fin (figure 2) ou perdra-t-il beaucoup de chaleur rapidement pour ensuite refroidir plus lentement vers la fin de l'expérience (figure 3)?

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous. (suite)**

Enquête 1 : le refroidissement d'objets — suite

Contexte — suite

Figure 1

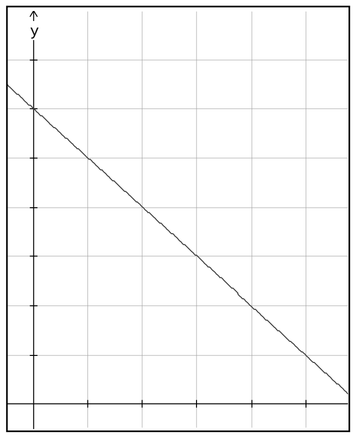


Figure 2

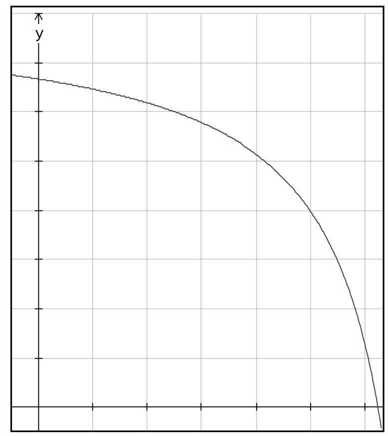
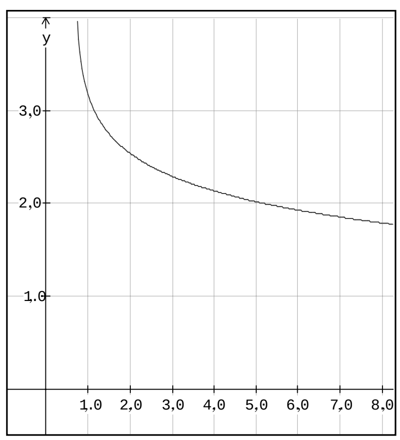


Figure 3



Sans préciser si les réponses sont correctes ou erronées, demandez aux élèves de commencer l'expérience. Une fois l'expérience terminée, chaque élève du groupe devrait avoir rentré les données dans sa calculatrice afin de pouvoir commencer sa propre analyse.

La loi du refroidissement de Newton prévoit que la vitesse du changement de température sera proportionnelle à la différence entre la température de l'objet et la température ambiante.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous. (suite)**

Enquête 2 : refroidissement

Contexte

Dans le cadre de cette expérience, les élèves étudieront une équation exponentielle, $y = A \times B^x$, produite par le refroidissement d'un thermomètre sorti de l'eau bouillante. L'équation $y = A \times B^x$ correspond assez bien à l'expérience lorsque la température ambiante est d'environ 0°C. Toutefois, la plupart des salles de cours ont une température ambiante de 23°C. Par conséquent, les élèves doivent déterminer la température ambiante et la soustraire des données qu'ils recueillent.
Les élèves peuvent déterminer les valeurs de A et B correspondant au modèle $y = A \times B^x$, en utilisant par exemple la fonction ExpReg de la TI-83.

Matériel

- une calculatrice programmable et le programme « CHILL »
- un appareil LAC avec prise pour sonde de température
- une calculatrice TI-83 et câble de transmission
- contenant d'eau chaude

Directives

1. Branchez l'unité LAC à la TI-83.
2. Branchez la sonde de température dans la prise CH1 du LAC. Tenez la sonde de façon à ce que le thermomètre soit exposé à l'air.

   Appuyez le bouton MODE du LAC. Le LAC devrait indiquer la température ambiante. Consignez le résultat.

   Éteignez l'unité LAC.

   ***Nota* :** Il est aussi possible d'exécuter le programme « CHILL » et d'exposer simplement la sonde de température à l'air pour obtenir une lecture de la température ambiante.
3. Mettez en marche le programme « CHILL » de la calculatrice graphique TI-83 et suivez les instructions sur l'écran TI-83 pour réaliser l'activité.
4. Dès que le thermomètre est sorti de l'eau et qu'il est exposé à l'air, l'unité LAC indique les températures du thermomètre qui se refroidit pendant environ une minute. Le thermomètre ne doit être exposé à aucun courant d'air pendant son refroidissement.
5. Un graphique devrait s'afficher sur l'écran de la calculatrice. Si le graphique ne semble pas approprié, exécutez le programme de nouveau.
6. Lorsque les résultats sont satisfaisants, transmettez les données aux autres membres du groupe au moyen du câble de transmission.

— suite

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous. (suite)**

Enquête 2 : refroidissement — suite

Analyse

1. Quel type de graphique représente le mieux les données (exponentiel, quadratique, linéaire, trigonométrique, etc.)?
2. Que représentent les valeurs du domaine?
3. Que représentent les valeurs de l'image?
4. Y a-t-il une valeur minimale pour le domaine? Que représente-t-elle?
5. À l'aide de la calculatrice, effectuez une régression exponentielle pour trouver l'équation qui correspond le mieux aux données. Transposez l'équation dans le registre de fonction et tracez le graphique.
6. Comparez le graphique à ceux des autres élèves. Quels pourraient être les facteurs à l'origine des différences constatées entre les graphiques des différents groupes?

Extension

Analyse supplémentaire

Le modèle théorique de la courbe de refroidissement est exponentiel : $y = A \times B^x + C$, où C désigne la température ambiante. Le temps est représenté par x et la température, par y. Selon ce modèle, C représente la valeur de la température dont la fonction s'approche lorsque la courbe s'aplatit.

Une façon d'améliorer le résultat consiste à faire en sorte que la valeur de C soit zéro. Pour ce faire, il faut soustraire la valeur de la température ambiante des températures enregistrées.

Les températures enregistrées sont entrées dans la liste L2. Dressez une nouvelle liste L3 pour les températures ajustées.

Placez le curseur au haut de la liste L3 (sur le symbole L3) et tapez [L2 - 23]. Au lieu de 23°, utilisez la valeur déjà obtenue pour la température ambiante. Appuyez ensuite sur $\boxed{\text{ENTER}}$. Vous créerez ainsi la nouvelle liste L3.

Répétez les étapes de dessin et d'analyse en utilisant L1 et L3 au lieu de L1 et L2.

Transposez l'équation dans le registre de fonctions et tracez le graphique.

Comment cette équation se compare-t-elle à la première équation?

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\,(b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent.**

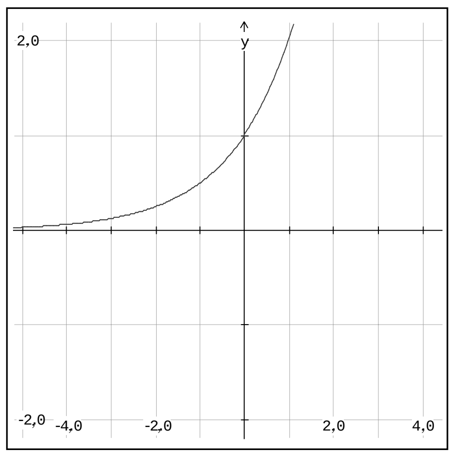
Les fonctions ayant la forme $y = a\,(b)^x$ sont appelées ***fonctions exponentielles.***

Exemple

Tracez le graphique de la fonction $y = (1)(2)^x$. Décrivez le graphique.

Solution

La courbe monte continuellement. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x, sans le toucher. Cette droite – la droite dont la courbe s'approche sans jamais la toucher – s'appelle une ***asymptote***.



La valeur minimale s'approche de zéro et l'image contient tous les nombres réels supérieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

Il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

C'est un exemple de croissance exponentielle.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème : problème de croissance des M&M

Matériel 40 M&M par groupe d'élèves, une tasse en papier

Problème Quelle est la corrélation entre le nombre de M&M se trouvant dans la tasse et le nombre d'essais?

Directives

Chaque élève/groupe dépose 4 M&M dans la tasse. C'est l'essai n° 0.

Après avoir vidé la tasse sur la table, comptez le nombre de bonbons sur lesquels le « M » est visible. Pour chaque « M » visible, ajoutez un bonbon de plus dans la tasse. Tous les M & M renversés sur la table sont remis dans la tasse avec ceux qui viennent d'y être ajoutés. C'est l'essai n° 1.

Après avoir vidé la tasse une deuxième fois sur la table, répétez le décompte et l'addition pour produire les données de l'essai n° 2.

On répète l'expérience jusqu'à ce qu'il ne reste plus de bonbons.

Consignez les données des autres groupes de la classe ou répétez l'expérience plusieurs fois.

Données :

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
N° de l'essai	Nbre de M&M	Nbre de M&M	Nbre de M&M
0	4	4	4
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

1. Tracez un dessin montrant la corrélation entre le nombre de bonbons (sur l'axe des y) et le nombre d'essais (sur l'axe des x). Le graphique devrait être réalisé au moyen d'outils graphiques. Il montre la courbe de croissance exponentielle que peut représenter la fonction $y = a(b)^x$.
2. Utilisez la régression exponentielle pour déterminer la valeur de a et celle de b dans la fonction $y = a(b)^x$.
3. Que signifie (à la question n° 2) la valeur de b? La valeur de a?
4. Comment peut-on modifier l'expérience pour que la relation devienne $y = 2(b)^x$?
5. Comment peut-on modifier l'expérience pour que la relation devienne $y = a(2)^x$?
6. En quoi l'équation et la forme du graphique seraient-elles différentes si la moitié des bonbons avaient un M sur l'une de leurs faces et l'autre moitié des bonbons n'avaient pas de M?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

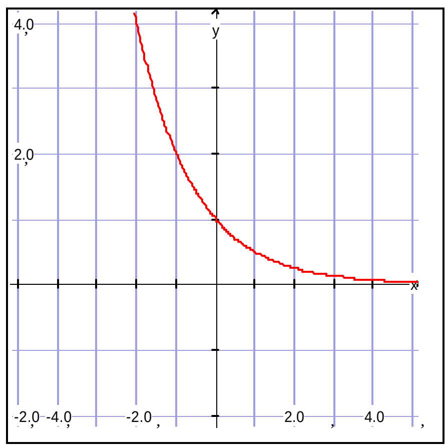
- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\,(b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent. (suite)**

Exemple

Tracez le graphique de la fonction $y = (1)\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Décrivez le graphique.

Solution

La courbe descend constamment. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x sans jamais le toucher. L'asymptote est encore une fois l'axe des x.



La valeur minimale s'approche de zéro et l'image englobe tous les nombres réels supérieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

De même, il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

C'est un exemple de dégénérescence exponentielle.

Exemple

Tracez et décrivez le graphique de la fonction $y = (–1)(2)^x$.

Solution

La courbe descend constamment. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x sans jamais le toucher. L'asymptote est encore une fois l'axe des x.

— suite

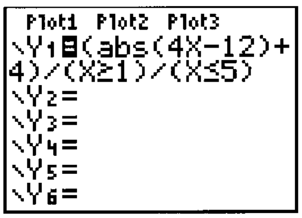
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

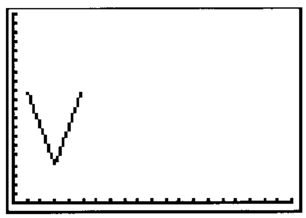
NOTES

Projet

Dans le cadre de ce projet, les élèves doivent créer des graphiques de différentes formes sur la calculatrice TI-83 en entrant des fonctions et des limites dans le registre des fonctions.

Par exemple, dans le registre des fonctions illustré ci-dessous, le domaine de la fonction de la valeur absolue $|4x + 12| + 4$ a été limité à $1 \le x \le 5$. Cette limite est établie en divisant l'expression par $x \ge 1$. Ainsi, le graphique disparaît lorsque x est inférieur à 1 parce que cette valeur rendra l'expression fausse en étant égale à 0. La calculatrice ne peut pas diviser par 0; elle ne tient donc pas compte de cette partie du graphique. Il en est de même lorsqu'on divise par $x \le 5$. Le graphique disparaît au-delà de 5.





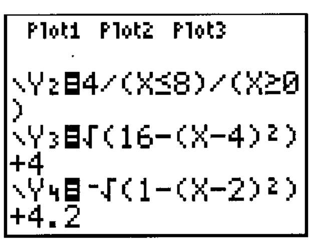
De même, on peut établir une limite pour toutes les fonctions, qu'elle soient reliés à une droite, un demi-cercle, une parabole, une valeur absolue, une racine carrée ou une exponentielle.

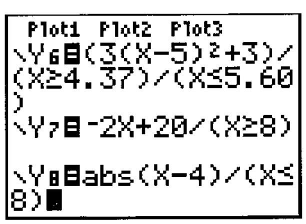
- À l'aide de ces fonctions, créez une image sur la calculatrice.
- Vous devez inclure au moins 5 fonctions différentes lorsque vous créez votre image.
- Expliquez quelle partie de l'image a été créée par chacune des fonctions.

Extension

Essayez des images ayant la forme d'un cornet de crème glacée, de R2D2 (robot de La Guerre des étoiles), d'un engin spatial (soucoupe volante).

Voici un exemple. Ces 6 fonctions ont été utilisées pour créer une forme abstraite comme celle illustrée à la page suivante.





— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

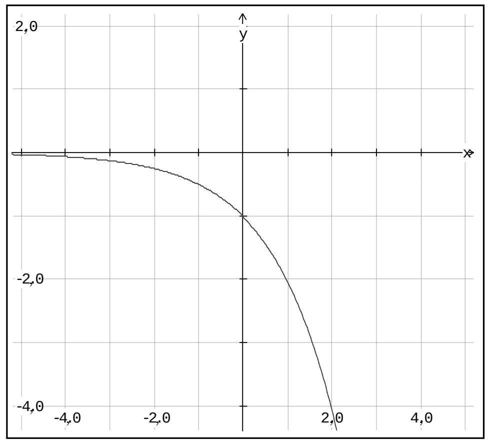
A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\,(b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite



La valeur maximale s'approche de zéro et l'image contient tous les nombres réels inférieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

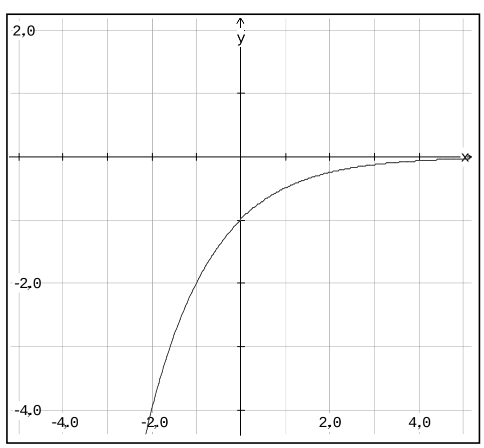
Il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

Exemple

Tracez le graphique de $y = (-1)\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. Décrivez ce graphique.

Solution

La courbe monte constamment. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x sans jamais le toucher. L'asymptote est encore une fois l'axe des x.

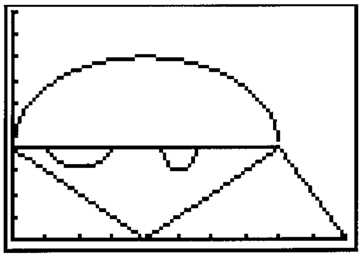


— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet (suite)



Dressez la liste des fonctions utilisées dans le registre des fonctions, ainsi que les restrictions applicables.

Y1 = ______________________________

Y2 = ______________________________

Y3 = ______________________________

Y4 = ______________________________

Y5 = ______________________________

Y6 = ______________________________

Y7 = ______________________________

Y8 = ______________________________

Y9 = ______________________________

Y10 = ______________________________

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

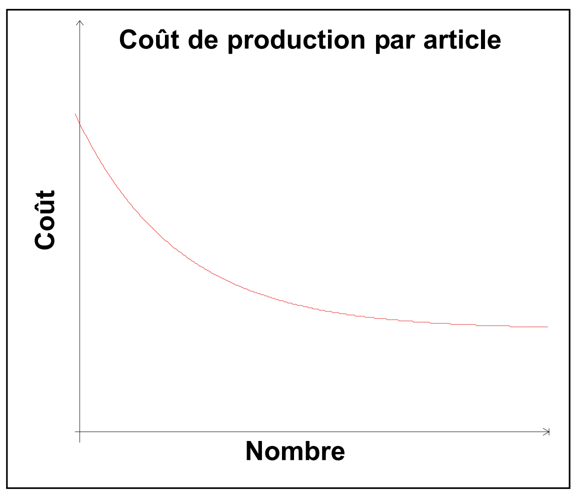
A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\,(b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent. (suite)**
  Exemple — suite
  Solution — suite
  La valeur maximale s'approche de zéro et l'image contient tous les nombres réels inférieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.
  Il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

- **Résoudre des problèmes mettant en cause des fonctions exponentielles.**
  Exemple
  Dans les entreprises qui fabriquent des produits, il y a un facteur de coût appelé courbe d'apprentissage. Selon ce concept, à force de produire le même produit, l'entreprise devient plus compétente et ses coûts de production par article diminuent. À une étape donnée, le coût s'approche d'un minimum.



1. D'après la forme du graphique, comment les coûts de production changent-ils à mesure que l'entreprise devient plus compétente?
2. Imaginez une situation différente qui illustre une limite maximale au lieu d'une limite minimale.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

En général, les automobiles perdent de leur valeur (déprécient) en vieillissant. Supposons qu'une automobile achetée au coût de 30 000 $ perd un cinquième de sa valeur chaque année.

a) Concevez un tableau qui montre la valeur de l'automobile après 1 an, 2 ans, et ainsi de suite jusqu'à 5 ans. (***Indice*** : il pourrait être utile d'utiliser une feuille de calcul.)

b) À l'aide de la régression exponentielle, trouvez une formule permettant de déterminer la valeur de l'automobile quelle que soit son âge.

c) Combien vaudra l'automobile au bout de 8 ans? Au bout de 3,5 ans?